

# カルマンフィルタを用いた二輪倒立振子の状態推定

2014SC039 栗原 拓也

指導教員：陳 幹

## 1 はじめに

現在，気象予測や航空産業など様々な分野においてカルマンフィルタは用いられている．状態フィードバックにおいて状態変数の数だけ計測器を用意することが望ましい．しかし，現実には状態変数の数だけ計測器を用意することはコストなどの観点から困難である．そのため観測可能な出力変数や入力変数の値から必要な状態変数を推定する必要がある．それを行うのが状態推定器である．状態推定器を用いることによって，状態変数の数だけ計測器を用意することなく状態変数の値を入手することが可能である．しかし，実際にはシステムの入力時や出力時には不規則な雑音干渉してしまう．カルマンフィルタは，システムの入力時や観測時に干渉する雑音の影響を極力小さくすることを目的とした状態推定器である．本研究の目的は，カルマンフィルタの設計を行い設計したカルマンフィルタを用いて二輪倒立振子の状態推定を行うことによって設計したカルマンフィルタの性能の評価を行うことである．

## 2 制御対象

### 2.1 制御対象の概要

本研究の制御対象に Vstone 社製の Beauto Balance2 を用いる．制御対象の概略図を図 1 に示す．制御対称のパラメータを得るにあたって参考文献 [1], [2] を参考にした．制御対象の物理パラメータを表 1 に示す．

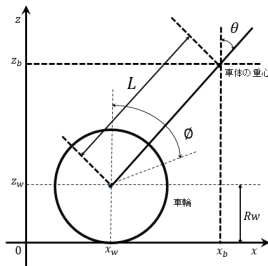


図 1 BeautoBalancer2 の概略図

## 3 モデリング

ラグランジュの運動方程式を用いて制御対象の振る舞いをモデリングした．状態空間表現は以下ようになる．

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

それぞれの行列  $A, B, C$  を以下に示す．

表 1 制御対象の物理パラメータ

名称	記号	数値	単位
重力加速度	$g$	9.81	$m/s^2$
本体質量	$M$	0.2194	$kg$
車輪質量	$M_w$	0.0053	$kg$
車輪半径	$R_w$	0.021	$m$
重心までの距離	$L$	0.0745	$m$
本体慣性モーメント	$J_b$	$6.93 \times 10^{-5}$	$kg \cdot m^2$
車輪慣性モーメント	$J_w$	$1.16 \times 10^{-6}$	$kg \cdot m^2$
モータ慣性モーメント	$J_m$	$8.22 \times 10^{-7}$	$kg \cdot m^2$
モータと車体間の摩擦係数	$f_m$	$4.91 \times 10^{-7}$	$N \cdot m/rad$
ギア比	$n$	21	
モータのトルク定数	$K_t$	$9.46 \times 10^{-4}$	$N \cdot m/A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -E^{-1}G & -E^{-1}F \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ E^{-1}H \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A, B, C$  内の行列  $E, F, G, H$  を表 1 のパラメータを用いて以下に示す．

$$E = \begin{bmatrix} MR_w^2 + M_w R_w^2 + J_w + J_m n^2 & MR_w L - J_m n^2 \\ MR_w L - J_m n^2 & ML^2 + J_b + J_m n^2 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -f_m n & f_m n \\ (2n - 2)f_m & -(2n - 2)f_m \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_w g L \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -nK_t \\ (2n - 2)K_t \end{bmatrix}$$

## 4 カルマンフィルタ

カルマンフィルタを設計するにあたって参考文献 [3], [4] を参考にした．(1), (2) のシステムに対してカルマンフィルタを適応するために，(1), (2) をサンプリングタイム  $h = 0.001[s]$  としてオイラー近似を用いて離散時間系に変換した．変換したシステムを以下に示す．

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \quad (3)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4)$$

カルマンフィルタの更新式は  $Q_k$  をシステムノイズ,  $R_k$  を観測ノイズ, 状態の事前推定値を  $\hat{x}_{k|k-1}$ , 事後推定値  $\hat{x}_k$ , 事前推定値の共分散を  $P_{k|k-1}$ , 事後推定値の共分散を  $P_k$ , カルマンゲインを  $G_k$  として以下の式で (5) から (9) で表される.

$$\hat{x}_{k|k-1} = A_{k-1}\hat{x}_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} \quad (5)$$

$$P_{k|k-1} = A_{k-1}P_{k-1}A_{k-1}^T + Q_k \quad (6)$$

$$G_k = P_{k|k-1}C^T(CP_{k|k-1}C^T + R_k)^{-1} \quad (7)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + G_k(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \quad (8)$$

$$P_k = (I - G_kC)P_{k|k-1} \quad (9)$$

BeutoBalance2 を完全に静止させた状態でセンサーに対して発生するノイズを確認した結果, BeutoBalance2 の車輪の角度のセンサーにおよそ  $\pm 0.002[\text{rad}]$ , 本体の角速度のセンサーにおよそ  $\pm 0.005[\text{rad/s}]$  のノイズが発生していた. よって観測ノイズ  $R_k$  は,

$$R_k = \begin{bmatrix} 0.002 & 0 \\ 0 & 0.005 \end{bmatrix}$$

とした.

システムノイズ  $Q_k$  は, BeutoBalance2 の動作を考慮して, 車輪の角度におよそ  $\pm 0.1[\text{rad}]$ , 車輪の角速度におよそ  $\pm 0.1[\text{rad/s}]$ , 本体の角度におよそ  $\pm 0.03[\text{rad}]$ , 本体の角速度におよそ  $\pm 0.03[\text{rad/s}]$  のノイズが発生するように,

$$Q_k = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03 \end{bmatrix}$$

と定めた.

## 5 シミュレーション結果

設計したカルマンフィルタを用いた Beuto Balance2 のシミュレーションを行った. 全ての状態変数を観測できるときに得られた状態変数の値のグラフを, 図 2 に示す. Beuto Balance2 の車輪の角度と車輪の角速度が観測できる状態で, カルマンフィルタを用いて状態変数を推定して得られた値のグラフを, 図 3 に示す. 図 2 と図 3 の各時刻ごとの誤差を図 4 に示す.

## 6 おわりに

自ら設定したノイズが干渉するシステムの状態推定をシミュレーションにおいて本体の角度の誤差はおよそ  $\pm 4.0 \times 10^{-4}[\text{rad}]$ , 車輪の角速度の誤差はおよそ  $\pm 0.01[\text{rad/s}]$  の誤差で状態推定できるようなカルマンフィルタを作成することができたため, カルマンフィルタによる状態推定を行うことができたと判断した.

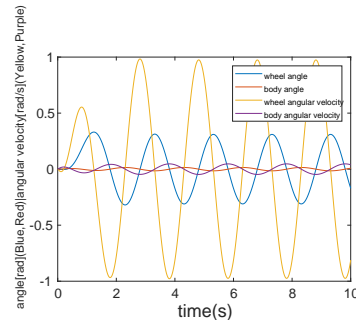


図 2 全ての状態変数を観測できるときに得られた状態変数の値のグラフ

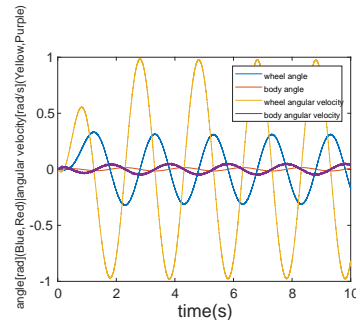


図 3 車輪の角度と本体の角速度が観測できる状態で状態変数を推定して得られた値のグラフ

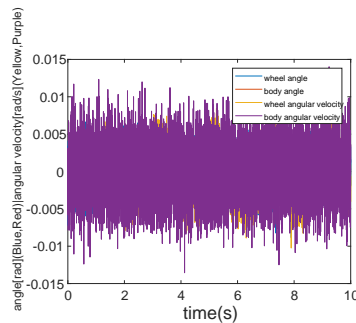


図 4 図 2 と図 3 の各時刻ごとの誤差の値のグラフ

## 参考文献

- [1] ヴィストーン株式会社, ”ビュートバランサー 2 取扱説明書”, [https://www.vstone.co.jp/products/beuto\\_balancer\\_2/download/BeutoBalancer2\\_Manual\\_1\\_03\\_2015\\_0527\\_1025.pdf](https://www.vstone.co.jp/products/beuto_balancer_2/download/BeutoBalancer2_Manual_1_03_2015_0527_1025.pdf), (最終閲覧日:2020年2月10日).
- [2] 2011SE044 平子温, 2011SE100 岩瀬昂大:2 輪倒立振子のファジィ制御, 南山大学情報理工学部システム創成工学科卒業論文, (2015).
- [3] 足立修一, 丸田一郎:カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学, (2012).
- [4] Zhang Wanli, Li Guoxin, Wang Lirong:Research on the Control Method of Inverted Pendulum Based on Kalman Filter, 2014 IEEE 12th International Conference on Dependable, Autonomic and Secure Computing, 520-523(2014).