

最適レギュレータを用いた ABS の制御系設計

2013SE262 吉田匡利

指導教員：高見勲

1 はじめに

アンチロックブレーキングシステムはスリップ率を制御することによりタイヤがロックすることを防ぎ、車を安全に操縦をすることを可能にする装置である。ABS に関しては多くの文献が発表されている [2]。本研究は最適レギュレータを用いて理論を展開し、シミュレーションによる検証を行った。また、路面の状態により路面とタイヤの間が摩擦係数の変動することを想定して研究を行った。

2 モデリング

本研究で使用する実験機の簡易モデルを図 1 に示す。また、本研究は白井先輩の研究 [3] を参考に研究を行った。上輪が車体のタイヤを、下輪が路面を表している。車体速度 $v[km/h]$ が $10 \leq v \leq 50$ の時、ブレーキトルク τ_1 を操作し、摩擦係数 μ を $0.1 \leq \mu \leq 0.7$ の範囲内で、スリップ率 λ を目標値である 0.2 に追従する制御設計を行う。上輪、下輪の半径をそれぞれ r_1, r_2 、角速度を ω_1, ω_2 、車輪間の摩擦係数を μ 、車輪間の接点と回転軸の距離を L 、車輪間の接点の法線と L との角度を ϕ とする。

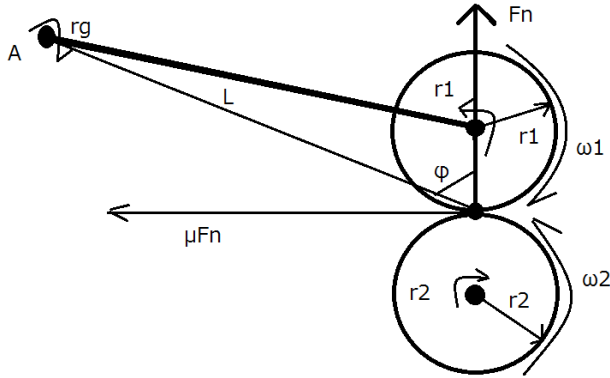


図 1 ABS の実験機の簡略図

上輪、下輪の各加速度の運動方程式とスリップ率を以下に示す。

$$J_1 \dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu - \tau_1 \quad (1)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \quad (3)$$

$$F_n = \frac{\tau_1 - \tau_b}{L(\sin \phi - \mu \cos \phi)} \quad (4)$$

ここで、 J_1 は上輪の、 J_2 は下輪の慣性モーメントで F_n は垂直抗力である。

式 (1) 式 (2) 式 (3) から非線形のスリップ率の微分方程式である式 (5) を導出する。

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & \frac{1}{\omega_2} \left(\frac{r_1}{J_1 r_2} - \frac{r_1^2}{J_1 r_2} s(\mu) \right) \\ & - \frac{r_2(1-\lambda)}{J_2} s(\mu) \tau_1 \\ & + \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{r_1^2}{J_1 r_2} s(\mu) - \frac{r_2(1-\lambda)}{J_2} s(\mu) \right) \tau_b \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、式 $s(\mu)$ は以下ようになる。

$$s(\mu) = \frac{\mu}{L(\sin(\phi) - \mu \cos(\phi))} \quad (6)$$

3 状態空間表現

前項で導出した式 (5) を平衡点 (λ^*, τ_1^*) 周りでテイラー展開を行い線形近似をした。

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & \frac{1}{\omega_2} \left(\frac{c_1 + c_2 s(\mu)}{c_3 + c_4 * s(\mu)} \right) (\lambda - \lambda^*) \\ & \frac{1}{\omega_2} (c_5 + c_6 s(\mu)) (\tau_1 - \tau_1^*) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで使用した c_1 から c_6 を以下に示す。

$$c_1 = \frac{r_1^3 J_2}{r_2 J_1} \tau_b + r_1 r_2 \tau_b (1 - \lambda^*) \dot{s}_\mu \quad (8)$$

$$c_2 = r_1 r_2 \tau_b \quad (9)$$

$$c_3 = -r_1 J_2 \quad (10)$$

$$c_4 = r_1^2 J_2 + r_2^2 J_1 (1 - \lambda^*) \quad (11)$$

$$c_5 = \frac{1}{r_2 J_1} \quad (12)$$

$$c_6 = -\frac{r_1^2}{r_2 J_1} - \frac{r_2}{J_2} (1 - \lambda^*) \quad (13)$$

スリップ率に関する状態方程式は下式で与えられる、

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}$$

式 (13) における状態変数ベクトルは

$$x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T = [\int(\lambda - \lambda^*) \quad \lambda - \lambda^*]^T,$$

入力 $u(t) = \tau_1 - \tau_1^*$ である。また、 α, β はそれぞれ

$$\alpha = \frac{c_1 + c_2 s(\mu)}{\omega_2 (c_3 + c_4 s(\mu))}, \beta = \frac{c_5 + c_6 s(\mu)}{\omega_2} \text{ である。}$$

4 制御系設計

線形レギュレータを用いて最適フィードバックゲインを得るために、次の、評価関数を最小にする状態フィードバックゲイン K を求める [1][4]。

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (15)$$

$$u = Kx, \quad K = -R^{-1}B^T P$$

ここで, P はリッカチ方程式

$$PA + A^T P - PBR_1^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (16)$$

を満たす正定対称解である.

5 シミュレーション

Q と R を次のように与える.

$$Q = \text{diag}[6000 \quad 400], \quad R = 1$$

得られたゲイン K は

$$K = [-77.4 \quad -20.1] \quad (17)$$

これらを使いシミュレーションを行った.

図2, 図3, 図4 にスリップ率のシミュレーションと車体, 車輪速度とブレーキトルクのシミュレーション結果を示す. ここでは μ, ω_2 を固定してフィードバックゲインを求めたが, μ, ω_2 を変化させても $A + BK$ の固有値の値は全て負であり, 安定であることを確認した.

6 考察

今回の研究での成果は以下である.

- モデル化を行い, 状態方程式を得ることができた.
- 最適レギュレータを実行し, 安定したゲインを得ることができた.
- シミュレーションを実行し, スリップ率が安定していることを確認できた.

7 参考文献

参考文献

- [1] 川田昌克:『MATLAB/Simulink による現代制御入門』. 森北出版, 東京, 2011
- [2] Fangjun Jiang and Zhiqiang Gao: An Application of Nonlinear PID Control to a Class of Truck ABS Problems. orlando Conference IEF Prigramme 2001 December 2001
- [3] 白井順:『EKF を用いた ABS のゲインスケジューリング制御』. 南山大学 情報理工学部 卒業論文 2016 年 1 月
- [4] 小川航太郎:『最適レギュレータとロバスト LQ を用いた ABS の制御』.-最適レギュレータ理論とロバスト LQ 制御の比較-. 南山大学 情報理工学部 卒業論文 2014 年 1 月

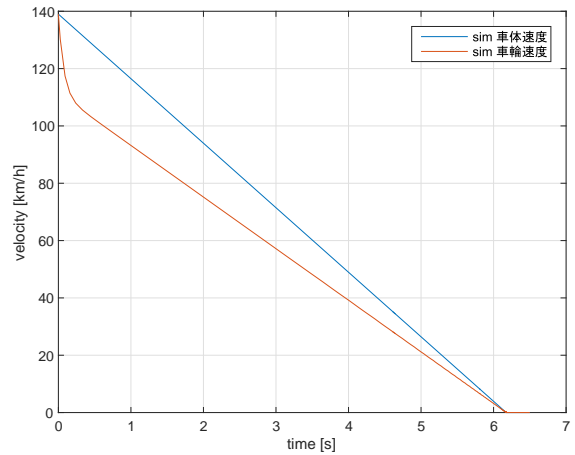


図2 車体, 車輪速度

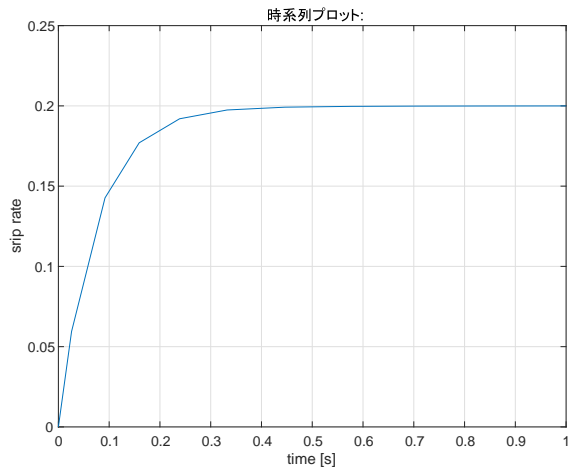


図3 スリップ率

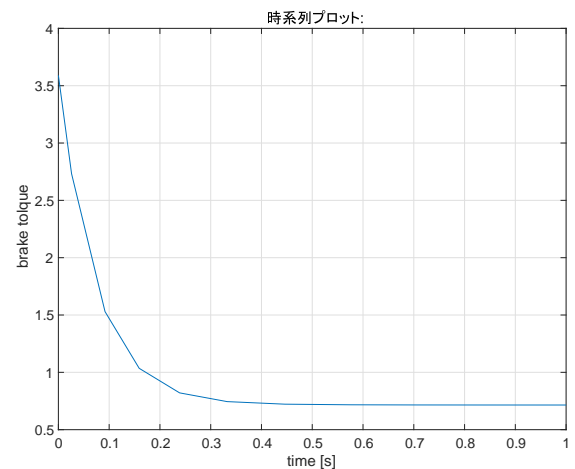


図4 ブレーキトルク