

確率分布を用いた地震の統計解析

2015SS019 石原歩実

指導教員：白石高章

1 はじめに

地震には本震と余震が存在する。日々、科学技術は進歩しているが、現在に至っても地震予知はできない。しかし、特定の地域に着目した場合、海溝型巨大地震では100～200年、内陸型の活断層で発生する大地震では数千年～数万年の周期があり、似たような地震が発生している。また、地震の性質上、どのような環境下でも大地震の後に余震が必ずくる。一般的に余震に警戒する必要があるのは、本震が起きてから1週間と言われる。このような地震の余震がいつまで続くのかは未だに解明されていない。しかしながら、「参考文献[1]に余震は、本震の発生に伴う応用場の乱れを解消する現象である」と記載されている。応用場の乱れを解消するとは、エネルギーが発散して地盤を崩すことである。そこで私は、エネルギーが発散して地盤を崩すことは、物質の耐久性と傾向が似るのではなかと考えた。過去のデータを取りまとめるのに適した経験分布を用いて、ワイブル分布と正規分布のどちらがより適しているのかを考察する。本論文では、プログラムを用いて地震に関する解析を行う。

2 データ収集

観測データとして「国土交通省 気象庁」のサイト(参考文献[2])から2016年4月16日1時25分以降に起きた震央熊本県熊本地方、マグニチュード0.1以上の地震データを収集した。熊本地震を観測データとして選択した理由は、次の(1)から(4)の存在する。

- (1) 内陸型地震だからである。内陸型地震である場合、マグニチュードが比較的小さい地震であっても計測されている。そのため、データ数が豊富である。
- (2) 余震域が狭い範囲だからである。余震域が狭い場合、地震の特徴をとらえやすいと考えたからである。
- (3) 本震が起きた時期が様々な要因から適しているからである。2000年以降マグニチュードや震度の定義が変更されたため、2000年以降の地震であり尚且つ余震の期間がある程度必要だからである。
- (4) 前震一本震一余震型だからである。その中でも前震が本震ではないかと考えられるほど前震が大きい地震であった為、エネルギーの発散が大きいだろうと考えたからである。

3 データ分析

本論文のデータ分析には統計ソフト R、C 言語、エクセルを使用した。初めに、統計ソフト R を用いてワイブル分布のパラメータ最尤推定を行い、ワイブル分布

の形状パラメータ \hat{m} 、尺度パラメータ $\hat{\eta}$ を求めた。また、統計ソフト R を用いて標本平均 \bar{X} 、標準偏差 $\hat{\sigma}_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$ を求めた。次に C 言語を活用してワイブル分布の分布関数の値 $F(x | \hat{\eta}, \hat{m}) = 1 - e^{-(\frac{x}{\hat{\eta}})^{\hat{m}}}$ と経験分布関数の値 $\hat{F}_{X;n}(x)$ を計算し、それらの差の絶対値の最大値を求めた。その後、エクセルを使用して $\Phi\left(\frac{x-\bar{X}}{\hat{\sigma}_n}\right)$ の値を計算した。ただし、経験分布関数は、

$$\hat{F}_{X;n}(x) \equiv \frac{1}{n} \#\{X_i | X_i \leq x, 1 \leq i \leq n\}$$

で定義する。最後に C 言語を活用して経験分布と正規分布との差の絶対値の最大値を求めた。

4 分布の探索

$E(X^2) < \infty, E(X) = \mu, V(X) = \sigma^2$ とする。 $\hat{F}_{X;n}(x)$

は、 $F_X(x)$ の不偏推定量である。

観測値の従っている分布を調べる方法として、通常は経験分布関数を使って分布を推定する。経験分布関数を使って、

$$D_F \equiv \sup_{-\infty < x < \infty} \left| \hat{F}_{X;n}(x) - F(x | \hat{\eta}, \hat{m}) \right|,$$
$$D_\Phi \equiv \sup_{-\infty < x < \infty} \left| \hat{F}_{X;n}(x) - \Phi\left(\frac{x - \bar{X}}{\hat{\sigma}_n}\right) \right|$$

とおく。ただし、 $X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ を X_1, \dots, X_n の順序統計量とし、 $\Phi(x)$ は標準正規分布の分布関数とする。

参考文献[3]より D_F, D_Φ は順序統計量を使って、

$$D_F = \max_{1 \leq i \leq n} \left[\max \left\{ \left| \frac{i}{n} - F(X_{(i)} | \hat{\eta}, \hat{m}) \right|, \left| F(X_{(i)} | \hat{\eta}, \hat{m}) - \frac{i-1}{n} \right| \right\} \right],$$
$$D_\Phi = \max_{1 \leq i \leq n} \left[\max \left\{ \left| \frac{i}{n} - \Phi\left(\frac{X_{(i)} - \bar{X}}{\hat{\sigma}_n}\right) \right|, \left| \Phi\left(\frac{X_{(i)} - \bar{X}}{\hat{\sigma}_n}\right) - \frac{i-1}{n} \right| \right\} \right]$$

と書き換えることが可能である。

5 プログラム

今回、本論文を作成するにあたって、ワイブル分布のパラメータの最尤推定を行うプログラムを統計ソフト R で調整し、C 言語プログラムで距離の最大値を求めるプログラムを作成した。

5.1 プログラム内容

C 言語により、経験分布とワイブル分布との距離の最大値を求めるプログラムを作成した。

5.2 差の最大を求めるプログラム

```
pow()
bunwei11()
max6()
```

5.3 流れ

1. 形状パラメーター, 尺度パラメーターを入力して読み込む。
2. ワイブル分布の値を作成する。
3. 標本サイズの値を入力してデータを読み込み昇順に並び換える。
4. 経験分布の値を出力する。
5. ワイブル分布と経験分布関数の最大の距離を求める。

6 解析結果

各分布と経験分布との差の最大値の推移を以下の図1, 図2に示す。このグラフの横軸は, 本震が起きてからの

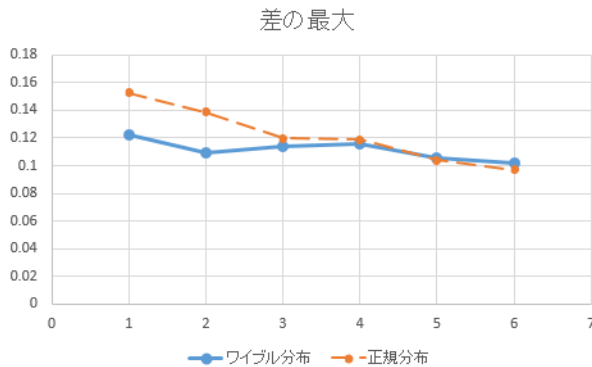


図1 差の最大 6日間

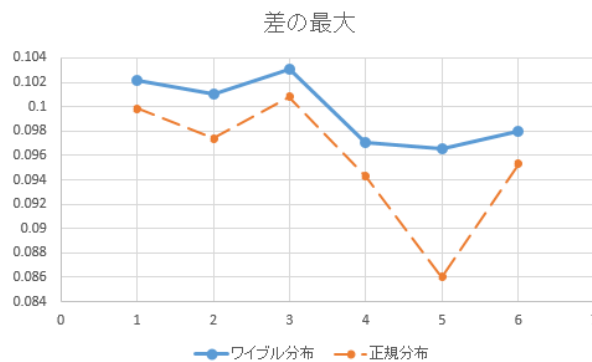


図2 差の最大 6週間

日数であり, 縦軸は, 差の最大値である。また, 破線が正規分布であり, 直線はワイブル分布である。図1, 図2より, 本震が起きてからの4日間は, ワイブル分布の方が差が小さい。4日間で以降ワイブル分布の差の方が小さくなることがないため, 余震と物質の耐久性が似ている可能性があるのは, 4日目まででそれ以降は, 別の要因が余震の発生に大きな影響を与えていると考えられる。そこで, 本震

が起きてからの4日間と4日以降の余震の特徴を捉える為に一番差のあった1日間と5週間のヒストグラムを統計ソフト R を用いて作成した。

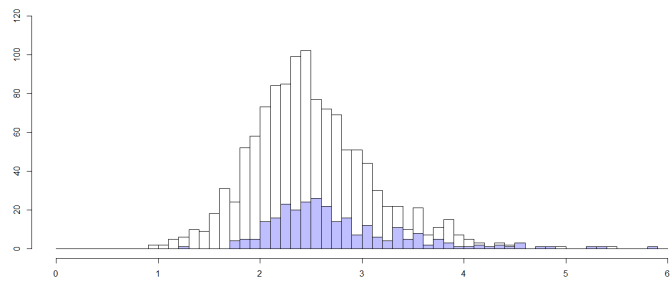


図3 1日間と5週間のヒストグラム

図3の青色のグラフは本震が発生してから1日間の余震のヒストグラムであり, 白色のグラフは本震が発生してから5週間の余震のヒストグラムである。横軸はマグニチュードであり, 縦軸は頻度である。図3より1日間と5週間の大きな差は, マグニチュード4.9以下の小さい余震の発生回数である。マグニチュード4.9以下の小さい余震の発生回数が増えたため, 5週間は1日目と比較してヒストグラムに近づいた。これらから, 政府が本震発生後1週間は強い余震に警戒してくださいと呼びかけるのは, 本震が発生していない地域と比較してマグニチュード5.0以上の地震の発生率が高いからだと考えられる。

7 おわりに

本研究を通して, 地震は, エネルギーが発散して地盤が崩れることによって起きるとされるが, エネルギーが発散して地盤を崩すことは, 物質の耐久性と傾向が似るのではなかと考えた。そこで, 過去のデータを取りまとめるのに適した経験分布に対して物質の強度を統計的に示したワイブル分布と正規分布, どちらが近い値を示すのかを考察した。結果としては, 4日まではワイブル分布に近く, それ以降は正規分布に近くなるという結果になった。そのため, 4日までは本震で発生したエネルギーの発散の影響があるのではないかと考えられる。これが本当に本震で発生したエネルギーの発散の影響があるのかは今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 強震動の基礎 ウェブテキスト 2000 版: 地震の基礎知識
: <http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/gk/publication/>
2018年12月28日 閲覧
- [2] 国土交通省 気象庁ホームページ
: <http://www.data.jma.go.jp/svd/eqdb/data/shindo/>
2018年12月28日 閲覧
- [3] 白石高章: 『統計科学の基礎』。日本評論社, 東京, 2012年。