「予想」を取り入れた数学授業

2015SS041 守田 麗央
指導教員: 佐々木 克巳

1　はじめに

本研究の目的は, 数学が苦手な生徒でも, 対象とする単元を初めて学習する生徒でも取り組みやすいよう,「予想」を取り入れた授業展開を考えることである.

本研究では, 2 種類の比較により「予想」を取り入れた授業を考察した. すなわち,「予想」を取り入れた授業と取り入れない授業の比較, および, [3]で紹介された「予想」の 4 つのタイプの比較による考察を行った.

本稿では, 2 節で予想を取り入れた授業と取り入れなかった授業の比較を行う. 3 節で[3]にある授業例を参考に「予想」の 4 つのタイプを比較し, 各タイプの特徴について考察する. 4 節で同じ目標に対する 4 つのタイプの授業例を与え, それらを比較することで 3 節で述べる特徴を確認する.

2　「予想」を取り入れた授業と取り入れなかった授業との比較

この節では, 予想を取り入れた授業と取り入れなかった授業を比較する. 具体的には, 目標と題材は同じだが,「予想」を取り入れるかどうかが異なる授業展開を挙げて比較する. 授業展開は, 発問, 予想される生徒の反応, それに対する教師の働きかけ, 類題を示すことで与える. 本稿では, 研究で考察した2つの例のうちの1つを示す.

例 2.1 「文字式の利用」における次の目標を考える. 2 つの授業展開は表 2.1 に示す.

目標　カレンダーに現れる数の間に成り立つ性質を文字式で説明し, そのよさを理解する.

表 2.1: 2 つの授業展開

	(A) 予想をさせない	(B) 予想をさせる
発問	カレンダーでは, 横に並んだ 3 つの数の和は真ん中の数の 3 倍になります. その理由を説明しなさい([1]).	カレンダーで横に並んだ 3 つの数について成り立つことを見つけよう.
生徒の反応	24+25+26=25×3 のように具体例を出して説明する. (n−1)+n+(n+1)=3n のように文字式を用いて説明する.	3 つの数の和は 3 の倍数になる. 3 つの数の和は 6 の倍数になる. 左右の数の和は真ん中の数の 2 倍になる.
働きかけ	生徒の意見の正しさを確認した上で, 後者の意見を用いて, 文字式で説明することのよさを理解する.	予想がいつも正しいのかについて考えさせた上で, 文字を用いた式で説明する方向に促し, そのよさを見つけさせる.
類題	カレンダーで十字形に囲まれた 5 つの数について成り立つことを見つけよう.	

表 2.1 をもとに, (A), (B)を比較する. まず, 予想される生徒の反応は, (A)に比べ(B)の方が多様であるので, クラス間で説明し合う場面を作りやすい. 正しさの確認については, (A)が与えられた性質に対して行うのに対し, (B)は自分の予想に対して行うので, それに取り組む意欲は, (B)の方が高いと考える. その結果, 文字式のよさも生徒自身で説明しようという意識につながり, 教師の働きかけも, 生徒からの意見を引き出す方向にしやすい. 類題に対するアプローチの方法も, (B)の方が多くに確認を経ているので, 多様な方法で試みることができる. なお, 時配については, 上に述べたことから, 類題に取り組むまでの時間は, (B)の方が多く必要である. (A)はその分類題に費やすことができる.

3　「予想」の 4 つのタイプの比較

この節では, [3]で紹介されている「予想」の 4 つのタイプを比較する. 4 つのタイプとは,「～はいくつになるか」のように, 答えを求めさせる求答タイプ,「～大きいのはどちらか」のように, 複数の選択肢から選ぶ選択タイプ,「～は正しいと言えるか」のように, ある事柄が正しいか, 誤っているかを考える正誤タイプ,「～はどんなことが言えるか」のように, 問題から考えられることをいくつか見つけていく発見タイプである. [3]にある授業例をもとに, 各タイプの「予想」の特徴を,「予想」の取り組みやすさ,「予想」における生徒の考えの多様性, 1 つの授業での達成感,「予想」にかける時間の短さ, 汎用性, 発問による教師の工夫の必要性の 6 つの点に絞り, まとめたものを表 3.1 に示す.

表 3.1:「予想」の 4 つのタイプの分類

	求答	選択	正誤	発見
取り組みやすさ	△	◎	◎	○
多様性	○	△	△	◎
達成感	◎	○	△	○
時間の短さ	△	◎	◎	△
汎用性	◎	◎	○	○
教師の工夫	△	◎	◎	○

求答タイプの特徴を表 3.1 をもとに他のタイプの「予想」と比較すると, 1 つの授業で達成感が得られることがこのタイプの「予想」の 1 番の特徴だと考える. 生徒の学力によって達成感が変わると考えらえるため, 生徒によって「予想」の効果に差が出やすいことが挙げられる.

選択タイプの特徴を表 3.1 をもとに他のタイプの「予想」と比較すると, 取り組みやすさや, 汎用性から, 比較的取り入れやすいタイプの「予想」であると思われる. このタイプの「予想」は, 予想を通して考える過程に着目させ, 誤りやすい点を生徒に気づかせることができると考え

る.

正誤タイプの特徴を表 3.1 をもとに他のタイプの「予想」と比較すると, 取り組みやすさや, 時間の短さの点で, 問題を解く際などにこのタイプの「予想」を取り入れることで考えるきっかけが生まれるように思われる.

発見タイプの特徴を表 3.1 をもとに他のタイプの「予想」と比較すると, 生徒から多くの考えが出され, 生徒同士の対話が可能になることが, このタイプの「予想」の 1 番の特徴であると考える.

4 具体例

前節の考察より, 求答タイプ, 選択タイプ, 正誤タイプ, 発見タイプの主な特徴は, それぞれ達成感, 取り組みやすさ・きっかけ(過程に有効), 取り組みやすさ・きっかけ, 多様性であると考える.

この節では, これらの特徴を, 同じ目標に対する 4 つのタイプの授業例を与え, それらを比較することで確認する. その目標は, [2]の問題をもとに定め, 授業例は, 発問, 大まかな授業展開, 特徴を示すことで与える. 本稿では, 研究で考察した 3 つの例のうちの 1 つを示す.

例 4.1 「図形の性質と証明」における次の目標を考える. 4 つのタイプの授業例は, 表 4.1 に示す.

目標 直角三角形の合同条件を使って, 図形の性質を証明することができる.

表 4.1: 4 つのタイプの授業例

	求答	選択	正誤	発見
問題	図 4.1 のように AB=AC の二等辺三角形 ABC がある. B, C からそれぞれ AC, AB に垂線 BD, CE を引くとき, BE=CD であることを証明しなさい([2]).			
発問	AB=AC の二等辺三角形 ABC があり, B, C からそれぞれ AC, AB に垂線 BD, CE を引く. 合同な三角形を答えなさい.	AB=AC の二等辺三角形 ABC があり, B, C からそれぞれ AC, AB に垂線 BD, CE を引く. BE と CD では, どちらの方が長いか.	AB=AC の二等辺三角形 ABC がある. AC 上の点 D と, AB 上の点 E を BD=CE となるようにとる. △BEC と △CDB は合同だろうか.	AB=AC の二等辺三角形 ABC があり, B, C からそれぞれ AC, AB に垂線 BD, CE を引く. 角度や辺などについて分かることを挙げよう.
展開	予想した三角形が合同になっているかを証明していく.	長さに着目し, 証明する三角形を見つけ, 証明する.	問題で証明する三角形を示し, 考えていく.	生徒の考えたことについて, 正しいかを証明していく.
特徴	自らで証明する三角形を見つけることができる.	どちらが大きいかを選ぶため, 取り組みやすい.	証明について考えるきっかけが生まれる.	証明の必要性が感じられ, 意欲が高められる.

例 4.1 をもとに, 前節で挙げた「予想」の 4 つのタイプの特徴を確認する.

求答タイプの特徴は, 達成感が得られる点であった. 例 4.1 では, 図を見て合同な三角形を答え, 証明する三角形を生徒自身で見つけ, 証明を行っていくため, 達成感が得られるように思う. この例に加え, 他の例から考えると, 生徒が簡単には解けず, 悩んで答えを求めることで達成感が大きくなるように思う. 求答タイプは, 答えが 1 つに決まっており, 簡単には解けず, 少し難しい問題である方が, 「予想」の効果があると考える.

選択タイプの特徴は, 予想に取り組みやすく, 過程に注目させることで考えるきかっけとなる点であった. 例 4.1 では, 長さについて問うことで, 直角三角形の証明の大まかな流れについて考えさせることができる. この例に加え, 他の例から考えると, 選択タイプは, 予想で過程に注目させ, 考えるきっかけを作り, 授業の展開につなげていくため, 問題を解くことで考えるきっかけとなるような問題作成の工夫が必要になる. また, 例 4.1 は, BE と CD ではどちらが長いかを選ぶ問題であり, 2 択なため予想に取り組みやすく, この点も選択タイプのよさであると考える.

正誤タイプの特徴は, 予想に取り組みやすく, 予想が考えるきっかけになる点であった. 例 4.1 では, 2 つの三角形が合同かを問うことで, 合同の証明について考えるきっかけとなる. この例に加え, 他の例から考えると, 正誤タイプは, 一見すると正解のように思えるが, よく考えると不正解である問題である方が, より「予想」の効果があると考える. また, このタイプは正しい, 誤っているかを選ぶ問題であるため, 予想に取り組みやすく, この点も正誤タイプのよさであると考える.

発見タイプの特徴は, 生徒から多くの考えが出される点であった. 例 4.1 では, 問題に対する答えは限られているが, いくつかの考えを引き出すことができる. この例に加え, 他の例から考えると, 問題に対する答えが多くある方が生徒の考えを多く引き出すことができる. そのため, 発見タイプは, 問題に対する答えが多くあるほど「予想」の効果があると考える.

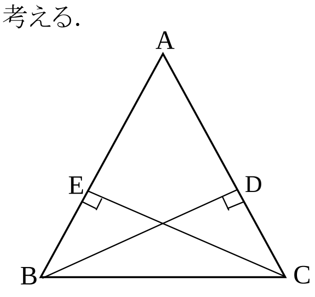

図 4.1: 例 4.1 の図

参考文献

[1] 銀杏祐三, 「トランプ 53 枚の数の和を求めよう」, 『教育科学/数学教育』, 2018 年 5 月号, No.727, 明治図書, 東京, pp.40-41, 2018

[2] 清水邦彦, 「リレー発表で証明を楽しもう！」, 『教育科学/数学教育』, 2018 年 7 月号, No.729, 明治図書, 東京, pp.106-109, 2018

[3] 相馬一彦, 『「予想」で変わる数学授業』, 明治図書, 東京, 2013