

教科書の行間埋めによる授業構想

～ 中学校数学「関数」を中心として～

2015SS028 加藤良祐

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

本研究の目的は、教科書の行間埋めにより授業構想に必要な情報を整理し、よりよい授業づくりにつなげていくことである。この行間埋めは、東京書籍の教科書 [2] をもとに、予想される生徒の反応、目標 ([3]) に照らして強調すべきこと、既習の内容とその関係、その部分が必要な理由、別解、誤答例、啓林館の教科書 [1] との比較などをふまえて行う。対象とする単元は、中学校数学の「関数」とした。本稿では、その行間埋めから一部を抽出して示す。

2 教科書の行間埋め

この節では、[2] の 1 年生で学ぶ「比例と反比例」、2 年生で学ぶ「1 次関数」に対する行間埋めの一部を抽出して示す。具体的には、[2] の各単元に対し、目標、教科書の引用、補う内容をまとめる。行間埋めをする内容が複数ある場合は、(1),(2),... のように示す。

例 1 比例と反比例

目標：身のまわりの問題を、関数や比例の考えを利用して解決することを通して、そのよさを理解する。

引用 ([2])：図 1 のとおり。

前ページのポップコーンを買う場面では、1人がポップコーンを買うのにかかる時間を一定と考えると、次のことがわかる。



「並んでいる人数がわかれば、待ち時間がわかる。」
この関係を利用して、待ち時間を予想してみよう。

問 1 さくらさんの前に並んでいる人が、5分で8人買い終わりました。
いま、さくらさんは前から12番目に並んでいます。
さくらさんが買い終わるまで、あと何分かかるか予想しなさい。

図 1：例 1 の図

補う内容：複数の解答がある。

- (解答例 1) 4 人買い終わるのにかかる時間から考える。
5 分で 8 人買い終わる。
2.5 分では 4 人買い終わる。
12 人だと $2.5 \times 3 = 7.5$
よって、7.5 分 (7 分 30 秒) かかる (表 1 を参照)。

表 1：時間と人数の関係

時間	2.5 分	5 分	7.5 分
人数	4 人	8 人	12 人

- (解答例 2) 1 人買い終わるのにかかる時間から考える。
1 人で $\frac{5}{8}$ 分かかる。
12 人だと $12 \times \frac{5}{8} = 7.5$
よって、7.5 分 (7 分 30 秒) かかる。

- (解答例 3) 比例式の性質を利用して考える。
さくらさんが買い終わるまでの時間を x 分とする。

$$5 : 8 = x : 12$$

$$8x = 60$$

$$x = 7.5$$

- よって、7.5 分 (7 分 30 秒) かかる。
各解答の特徴は次のとおりである。

- (解答例 1) ともなって変わる 2 つの数量が人数と時間であることが明確である。
(解答例 2) 人数を変えても「1 人 $\frac{5}{8}$ 分」を用いて、すぐに解を導ける。このことを用いて、時間と人数の関係を説明できる。
(解答例 3) 直前の単元「方程式」の手法を用いていて、その復習となる。

例 2 1 次関数

目標：2 元 1 次方程式 $ax + by = c$ で、 $a = 0$ や $b = 0$ の場合のグラフをかくことができる。

引用 ([2])：図 2 のとおり。

例 3 方程式 $2y = 6$ のグラフをかいてみよう。(1)

$2y = 6$ は、 $0x + 2y = 6$ の形の 2 元 1 次方程式である。
したがって、 x がどんな値をとっても $2y = 6$ すなわち $y = 3$ が成り立つ。
このグラフは、 y 座標が 3 であるような点の集まりで、たとえば $(-3, 3)$, $(-\frac{3}{2}, 3)$, $(0, 3)$, $(2, 3)$ などは、このグラフ上の点である。(2)

したがって、グラフは点 $(0, 3)$ を通り、 x 軸に平行な直線になる。

図 2：例 2 の図

補う内容：

- (1) xy 平面を前提として考える．
- (2) グラフと 2 元 1 次方程式 $0x + 2y = 6$ を用いながら x がどんな値をとっても必ず y 座標が 3 になることを示す．また、グラフとしては x 軸に平行な直線であるということ強調する．

例 3 1 次関数

目標：グラフが通る 2 点から、1 次関数を求めることができる．

引用 ([2])：図 3 のとおり．

1 次関数のグラフが通る 2 点の座標がわかっているとき、その 1 次関数を求めてみよう。

例 3 y が x の 1 次関数で、そのグラフが 2 点 (2, 3)、(5, 9) を通るとき、この 1 次関数を求めなさい。

解答

2 点 (2, 3)、(5, 9) を通るから、グラフの傾きは $\frac{9-3}{5-2} = 2$ (1)

したがって、この 1 次関数は $y = 2x + b$ と書くことができる。

グラフが点 (2, 3) を通るから、上の式に $x = 2$ 、 $y = 3$ を代入すると $3 = 2 \times 2 + b$
 $b = -1$

答 $y = 2x - 1$ (2)

例 3 では、連立方程式をつくって求めることもできる。

考え方 求める 1 次関数を $y = ax + b$ とする。

2 点 (2, 3)、(5, 9) を通るから、上の式に $x = 2$ 、 $y = 3$ を代入すると $3 = 2a + b$ …… ①
 $x = 5$ 、 $y = 9$ を代入すると $9 = 5a + b$ …… ②

①、②を連立方程式として解き、 a 、 b の値を求めなさい。

問 4 次の条件をみたす 1 次関数を求めなさい。

- (1) グラフが 2 点 (-3, 5)、(3, -1) を通る。
- (2) $x = 2$ のとき $y = -3$ 、 $x = 4$ のとき $y = -9$

(3)

もっと練習! 2 点 (2, 0)、(4, -1) を通る直線の式を求めなさい。

図 3：例 3 の図

補う内容：

- (1) 2 点がわかることによって、傾きを求められることを強調する．
 - (2) 求めた式が誤答のおそれがあるので、問題文にある点の座標を式に代入して解答が正しいことの確認を補う．具体的には、 $y = 2x - 1$ に点 $x = 5$ を代入すると、 $y = 2 \times 5 - 1 = 9$ となる．よって、直線 $y = 2x - 1$ は点 (5, 9) を通ることがわかるので式は正しい．
 - (3) これまでに学習してきた、1 次関数 $y = ax + b$ の式 (すなわち、傾き a と切片 b) の求め方をまとめる．
1. グラフが与えられているとき、傾きと切片を読みとる．
 2. グラフの傾き (もしくは切片) とグラフが通る 1 点を与えられているとき、1 次関数の式に 1 点を代入し、切片 (もしくは傾き) を求める．
 3. グラフが通る 2 点を与えられているとき、2 点を利用してグラフの傾きを求めて 1 次関数の式に 1 点を代入し、切片を求める．
 4. グラフが通る 2 点を与えられているとき、連立方程式を利用して 1 次関数の傾きと切片を求める．
- [2] では、1 から順に学んでいく．4 通りの方法があるがそ

れぞれの方法のよさを述べていく．1 では、グラフを利用することで傾きと切片が視覚的に読みとることができる．2 ではグラフを利用しなくても傾き (もしくは切片) と 1 点から値で求めることができる．3 では、傾きと切片がわからなくても 2 点がかれば求めることができる．4 では、連立方程式を利用して、傾きと切片を同時に求めることができる．傾きと切片が分かる場合から学んでいき、最終的には、傾きと切片がわからなくても 2 点がかれば 1 次関数の式が求められることを生徒が気づける流れになっている．

例 4 1 次関数

目標：1 次関数のグラフを利用して、身のまわりの問題を解決することができる．

引用 ([2])：図 4 のとおり．

1 次関数のグラフを利用して、問題を解決してみよう

さくらさんの学校では、佐渡に修学旅行に行きます。新潟港と佐渡の両津港の間には、カーフェリーと高速船ジェットfoilが運航しています。

さくらさんは、両津港からカーフェリーに乗って、前方から来てすれちがうジェットfoilの写真を撮るよう考えました。

考えてみよう

さくらさんの乗るカーフェリーは、12 時 40 分に両津港を出発し、15 時に新潟港に着きます。ジェットfoilが、右の時刻表のように運航しているとき、カーフェリーの前方から来てすれちがうジェットfoilの写真を撮る機会は、何回あるでしょうか。(2)



新潟港→両津港	両津港→新潟港
7:55→9:00	9:30→10:35
10:20→11:25	10:00→11:05
11:30→12:35	12:15→13:20
12:55→14:00	13:20→14:25
14:00→15:05	14:25→15:30
14:55→16:00	15:30→16:35
16:55→17:00	16:30→17:35

ジェットfoilの時刻表 (平成26年9月～1914分の一部)



デッキで待つ時間はなるべく短くしたいわ。



問 1

上の Q で、カーフェリーの速さを一定と考えたときの運航の様子を表すと、下のようになります。この図に、カーフェリーの前方から来るジェットfoilの運航の様子をかき入れなさい。

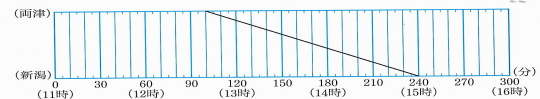


図 4：例 4 の図

補う内容：

- (1) 表を見るだけではすれ違う時間がわかりにくいですが、問 1 のようなグラフを用いればすれ違う時間がわかりやすくなる．そして、1 次関数のグラフを利用することのよさを生徒に気づかせる．
- (2) ジェットfoilが新潟港発であることを補う．カーフェリーが両津港発であり、ジェットfoilと前方からすれ違うという条件があるためである．

参考文献

- [1] 岡本和夫 他 44 名、『未来へひろがる数学 1,2』, 啓林館, 大阪, 2017.
- [2] 藤井育亮・俣野博 他 38 名、『新しい数学 1,2』, 東京書籍, 東京, 2016.
- [3] 東京書籍, 平成 28 年度用「新編 新しい数学」年間指導計画作成資料, 学習指導計画・評価基準例, <https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/text/chu/keikaku/sugaku/>