二輪倒立ロボットの制御

2015SC030 礒川航一朗

指導教員：中島明

1　はじめに

倒立振子は代表的な制御対象であり，なかでもセグウェイは二輪倒立振子の応用例である．本研究では文献 [1] を参考に Zumo Robot を二輪倒立ロボットとし，LQ 最適制御により，コントローラを設計する．また，任意の位置まで倒立しながら移動できる最適サーボ系を設計し，シミュレーションを行い，実機実験で検証する．

2　モデリング

2.1　モデルとパラメータ

Zumo Robot(以下，二輪倒立ロボット) を二次元平面で x 軸，y 軸を定義してモデル化したものを図 1 に示す．

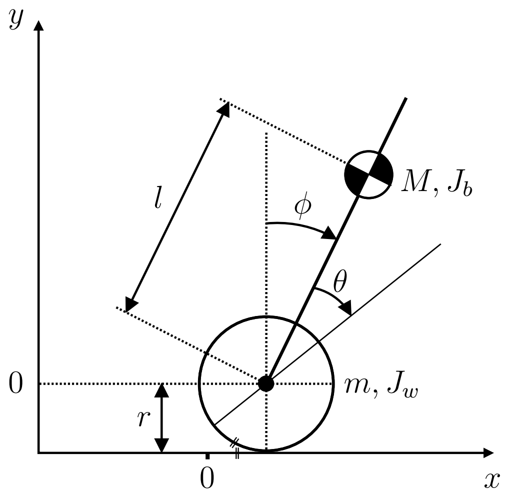

図 1　Zumo の車体モデル

また，各パラメータを表 1 に示す．

表 1　物理パラメータ

定義	記号	値	単位
車体角度	ϕ	変数	rad
モータ回転角	θ	変数	rad
車軸と重心間の距離	l	0.03	m
車輪半径	r	0.0195	m
車体質量	M	0.226	kg
車輪質量	m	0.03	kg
車体慣性モーメント	J_b	3.9×10^{-4}	kg・m^2
車輪慣性モーメント	J_w	0	kg・m^2
重力加速度	g	9.81	m/sec^2

3　状態方程式

Lagrange の運動方程式より，運動方程式を導出し，線形化を行うことで状態方程式

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{Mgl}{c} & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{(M+m)r^2+Mlr+J_b}{c} \end{bmatrix}$$

$$x(t) = [\ \theta(t) \quad \dot{\theta}(t) \quad \phi(t) \quad \dot{\phi}(t)\ ]^{\mathsf{T}}$$

$$c = (M+m)r^2 + 2Mlr + Ml^2 + J_b + J_w$$

を得た [2].

4　LQ 最適制御

4.1　コントローラ設計

LQ 最適制御を用いて，制御入力

$$u(t) = Kx(t)$$

に対し，評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^{\mathsf{T}} Qx(t) + ru(t)^2)dt$$

を最小化するようなゲイン K を設計する．ここで

$$Q = \mathrm{diag}[\ 0.1 \quad 0.01 \quad 1000 \quad 1\ ],\ r = 0.00135$$

と定めた．

4.2　シミュレーションと実機実験

MATLAB と Simulink を用いて，シミュレーションを行った．シミュレーション上では，

$$x(0) = [\ 0[\mathrm{deg}] \quad 0[\mathrm{deg/s}] \quad 5[\mathrm{deg}] \quad 0[\mathrm{deg/s}]\ ] \quad (1)$$

とし，実機実験では，32 秒あたりで二輪倒立ロボットをつつき，外乱を与えた．車体角度，車輪回転角の実験結果を図 2，3 に示す．

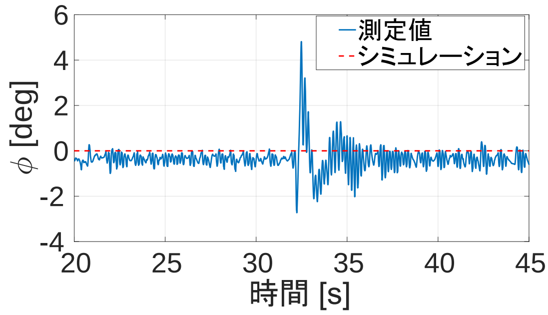

図 2　車体角度 $\phi(t)$ の変化

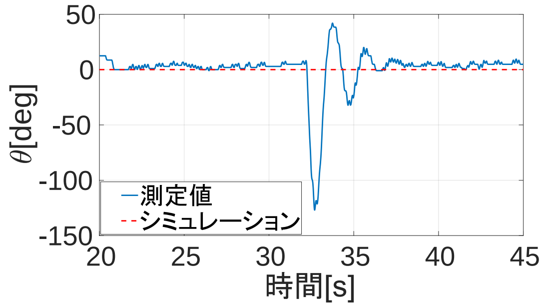

図 3　車輪回転角 $\theta(t)$ の変化

実機実験において，車体角度，車輪回転角ともに 0[deg] 近傍で小さく振動し，外乱に対応していることが確認できた．

5　最適サーボ系

5.1　コントローラ設計

目標車輪回転角を $\theta_d(t)$ とし，制御入力

$$u_s(t) = K_s(x(t) - x_d(t)) + Ge$$

$$x_d(t) = [\ \theta_d(t) \quad 0 \quad 0 \quad 0\ ]^{\mathsf{T}},\ e = \int_0^t (\theta_d(t) - \theta(t))dt$$

に対し，評価関数

$$J_s = \int_0^\infty (x_e(t)^{\mathsf{T}} Q_s x_e(t) + r_s u(t)^2)dt$$

$$x_e(t) = [\ \theta(t) - \theta_d(t) \quad \dot{\theta}(t) \quad \phi(t) \quad \dot{\phi}(t) \quad e\ ]^{\mathsf{T}}$$

を最小化するようなゲイン K_s を設計する [3]．ここで $\theta_d(t)$ は初期値 $\theta_d(0) = 0$ とし，時刻 T_1 から T_2 の間に最終目標値 θ_f まで緩やかに立ち上がる関数

$$\theta_d(t) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0\ (t < T_1) \\ (\frac{6}{T_{d2}^2}T_{d1}^2 - \frac{15}{T_{d2}}T_{d1} + 10)\frac{\theta_f}{T_{d2}^3}{T_{d1}}^3 \quad (T_1 \leqq t \leqq T_2) \\ \theta_f\ (T_2 < t) \end{array} \right\}$$

$$T_{d1} = t - T_1,\ T_{d2} = T_2 - T_1$$

とする．また，

$$Q_s = \mathrm{diag}[\ 0.1 \quad 0.01 \quad 1000 \quad 1 \quad 0.001\ ],$$

$$r_s = 0.00135$$

と定めた．

5.2　シミュレーションと実機実験

シミュレーションでは，初期値は (1) 式とし，目標値の設定は，

$$T_1 = 20[\mathrm{s}],\ T_2 = 30[\mathrm{s}], \theta_f = 720[\mathrm{deg}] \qquad (2)$$

とする．また，実機実験でも (2) 式を用いて，実験を行った．車体角度，車輪回転角の実験結果を図 4，5 に示す．

図 4，5 において，$\phi(t)$，$\theta(t)$ はシミュレーションと測定値の間で誤差が見られるが，実験データの計測の為，二輪倒立ロボットにケーブルを接続していたことから，ケーブルのたゆみが影響したことが考えられる．また，シミュレーションにおいて摩擦の影響が考慮されていないことも原因として挙げられる. 二輪倒立ロボットの挙動に関しては, 左右の車輪への入力値は同じであったが, 直進せず, わずかに旋回していた．原因として，プログラム上で，左右の車輪への入力に僅かな時間差があるためと考えられる．

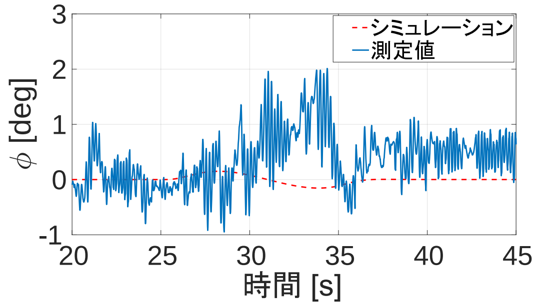

図 4　車体角度 $\phi(t)$ の変化

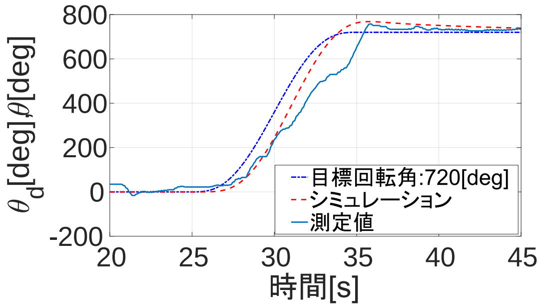

図 5　車輪回転角 $\theta(t)$，目標回転角 $\theta_d(t)$ の変化

6　おわりに

本研究では，二輪倒立ロボットに対して，LQ 最適制御によるコントローラ及び，最適サーボ系を用いて，任意の位置まで倒立しながら移動できる制御を設計した．また，シミュレーションを行った上で，実機で検証した．実験の結果からシミュレーションとの誤差があったが，倒立制御ができていることから，コントローラ設計が有効であることが確認できた．今後の課題として，座標平面上の目標値へ旋回して追従する制御の設計等が挙げられる．

参考文献

[1] 石若広太郎・佐藤和也:『無限軌道式ロボット車の倒立制御』第 59 回自動制御連合講演会, 北九州, p.1321-1325, 2016

[2] 佐藤光・木澤悟：『倒立 2 輪ロボットの安定化制御』秋田工業高等専門学校研究紀要 第 46 号，2011

[3] 布目幸大：『最適サーボによる回転型倒立振子の制御』南山大学情報理工学部 2014 年度卒業論文