個別指導塾における授業スケジュールの作成

2015SS075 田邉啓佑

指導教員：福嶋雅夫

1　はじめに

近年，学習塾業界においては個別指導という授業形式が主流となってきている．個別指導とは，講師1人が数人の生徒を指導することであり，個人のペースに沿った授業が受けられるという点でニーズが高まっているようだ [1]．個別指導塾で，講師と生徒との授業予定組み込みなどを行うことは，職場のシフト管理をする勤務スケジューリング問題 [2] の一種とみなされる．本研究では，個別指導塾における勤務スケジューリング問題を混合整数計画問題として定式化する．

2　状況の設定

ある個別指導塾 [3] では 1 日がいくつかのコマに分かれており，決まった時間で一斉に授業が行われる．通常は，毎週同じ曜日とコマで授業が行われるが，学校の夏休み中などでは通常とは別に講習会が開かれる．講習会では，事前に講師と生徒の間で相談をし，受講するコマ数の決定，授業計画の設計をする．また，1 回の授業で講師 1 人が生徒を 2 人まで受け持つシステムになっており，教科毎に担当の講師が決まっている．

上記の例を参考に，本研究で想定する個別指導塾の状況を設定する．1 日の流れは一般的な学習塾と同様，1 日をいくつかのコマに分けて授業を行う．席の数や教室の規模を考慮する必要もあるため，1 コマに並列して授業を行える講師数は決まっている．また，1 回の授業で 1 講師が担当できる生徒数も決まっている．各講師の出勤日数の偏りを減らすため，1 講師の出勤日数の上限も設定する．授業は予定の組み込みがより複雑になるであろう講習会を想定する．そのため，予め設計された授業計画通りに進行し，一定期間における 1 生徒が受ける授業数は科目毎に決まっている．また, 生徒の各科目の授業は同じ講師が担当する．スケジュール調整では，できるだけコンパクトに授業を組み込むことを優先的に考慮する．

3　記号の定義

問題の定式化で用いる記号を定義する．

3.1　定数

学習塾の講師，生徒の集合をそれぞれ T，S とする．また，授業で扱う科目の集合を U，ある一定期間における開講日の集合を D，1 日のコマの集合を P とする．授業計画に沿って，生徒 $s(\in S)$ が受ける科目 $u(\in U)$ の予定授業数を $b_{(s,u)}$ とする．講師 $t(\in T)$ が科目 $u(\in U)$ を指導可能かどうかを表す定数を $h_{(t,u)} \in \{0,1\}$ とする．1 つのコマで同時に授業を行える講師数の上限と 1 回の授業で講師 1 人が担当できる生徒数の上限をそれぞれ c と e とする．また，1 講師の出勤日数の上限を a とする．講師 t が d 日目の p コマに出勤可能かどうかを $F_{(t,d,p)} \in \{0,1\}$ で表す．同様に，生徒 s が d 日目の p コマに来塾可能かどうかを $G_{(s,d,p)} \in \{0,1\}$ で表す．

3.2　変数

生徒 $s(\in S)$ が科目 $u(\in U)$ の授業を $d(\in D)$ 日目の $p(\in P)$ コマに行うかどうかを表す変数を $x_{(s,u,d,p)} \in \{0,1\}$ とする．講師 $t(\in T)$ が生徒 $s(\in S)$ の授業を $d(\in D)$ 日目の $p(\in P)$ コマに行うかどうかを表す変数を $y_{(t,s,d,p)} \in \{0,1\}$ とする．講師 $t(\in T)$ が $d(\in D)$ 日目の $p(\in P)$ コマに授業を行うかどうかを表す変数を $z_{(t,d,p)} \in \{0,1\}$ とする．講師 $t(\in T)$ が生徒 $s(\in S)$ の科目 $u(\in U)$ 授業を担当するかどうかを表す変数を $v_{(t,s,u)} \in \{0,1\}$ とする．講師 $t(\in T)$ が $d(\in D)$ 日目に授業を行うかどうかを表す変数を $w_{(t,d)} \in \{0,1\}$ とする．

このとき，$y_{(t,s,d,p)}$，$z_{(t,d,p)}$，$w_{(t,d)}$ 間では以下の相互関係が成り立つ．

$$y_{(t,s,d,p)} \le z_{(t,d,p)} \le w_{(t,d)} \quad (t \in T, s \in S, d \in D, p \in P)$$

4　定式化

定義した記号を用いて定式化を行う．

4.1　満たすべき条件

必ず満たすべき条件として「生徒が必要な授業数を過不足なく受講する」ことが挙げられる．授業計画通りに授業を進行する必要があり，授業数が予定より多くなったり，少なくなってはいけないためである．「1 つのコマで同時に授業を行う講師の人数が上限を超えない」ことも挙げられる．一度に授業を行える講師の数に上限があるためである．同様に，「1 回の授業で担当する生徒数の上限を超えない」ことや「講師の出勤日数が上限を超えない」ことも満たすべき条件となる．担当が固定制であるため，「生徒の各科目毎に担当講師が決まっている」ことも満たす必要がある．また，「講師は指導可能な科目の授業しか行わない」こと，「同一の生徒の授業は並行して行わない」こと，「講師と生徒の予定に沿っている」ことも当然考慮する．以上の 8 つをこの問題の制約とする．

4.2　優先すべき事柄

本研究の目的は, 授業数の無駄をなくすことであるため,「全体の授業数をできるだけ少なくする」ことを優先すべき事柄とする．8 つの制約とこの目的関数をまとめると,

問題は次のように定式化される．

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{t\in T}\sum_{d\in D}\sum_{p\in P} z_{(t,d,p)} \\
s.t. \quad & \sum_{d\in D}\sum_{p\in P} x_{(s,u,d,p)} = b_{(s,u)} \quad (s\in S, u\in U) \\
& \sum_{t\in T} z_{(t,d,p)} \le c \quad (d\in D, p\in P) \\
& \sum_{s\in S} y_{(t,s,d,p)} \le e \quad (t\in T, d\in D, p\in P) \\
& \sum_{u\in U} x_{(s,u,d,p)} \le 1 \quad (s\in S, d\in D, p\in P) \\
& \sum_{t\in T} v_{(t,s,u)} \le \min\{1, b_{(s,u)}\} \ (s\in S, u\in U) \\
& \sum_{d\in D}\sum_{p\in P} z_{(t,d,p)} \le a \quad (t\in T) \\
& v_{(t,s,u)} \le h_{(t,u)} \quad (t\in T, s\in S, u\in S) \\
& z_{(t,d,p)} \le F_{(t,d,p)} \\
& x_{(s,u,d,p)} \le G_{(s,d,p)} \\
& (t\in T, s\in S, u\in U, d\in D, p\in P) \\
& y_{(t,s,d,p)} \le z_{(t,d,p)} \le w_{(t,d)} \\
& (t\in T, s\in S, d\in D, p\in P)
\end{aligned}
$$

5 計算実験

定式化をもとにプログラムを作成し，計算実験を行う．計算は最適化ソルバ Gurobi を用いて行った．

5.1 例題

ある個別指導塾では，1 日が 3 コマに分かれており，各コマで最大 4 人の講師が授業を行うことができる．また，各講師は 1 度の授業で最大 2 人の生徒を受け持つことができる．ここで，講師 6 名と生徒 12 名の 7 日間の授業スケジュールをできるだけ無駄のないように組み込みたい．この条件のもとで，1 講師の出勤日の上限 a を変化させたとき，全体の授業数がどうなるかを調べる．

5.2 計算結果

$a \le 3$ のとき，実行可能解が得られなかった．また，$a = 4$ のとき，全体の授業数は 45 で最小となり，下図のスケジュール表が得られた．

$a \ge 5$ のときも全体の授業数は 45 で最小となり，$a = 4$ と同様であった．スケジュール表には多少の変化が見られ，$a = 7$ のとき，下図の通りになった．

	1日目	2日目	3日目	4日目	5日目	6日目	7日目
講師1	*	*	*	*	*		*
	*	1数,3数	3数,11英	3数,10数		*	*
	*	3数,11国	3数,11英	1数,3数		*	10数,11国
講師2	5英,10国	5国,9数		*	9数,11数	*	
	5英,10国			*	9数,11数	10国,11数	*
	*	*	*	*	*	9数,11数	*
講師3	6英,12英	*		*	1国,12英	1国,9国	3国,9国
	6英,12国	*		*	1国,6英	1国,7英	3国,7英
	1国,12英	*		*	6英,7英	*	*
講師4	*	*	8英,9英	*	8英,10英	*	*
	*	2国,10英	4英,9英	*	2国,4英	4国,6国	*
		1英,4国	2国,4英		1英,9英	6国,7数	
講師5	*	2英,8数	2英,5数	2数,8数		*	2数,4数
		4数,5数	2数,5数	*	*		2英,4数
	*	*	*	*	*	*	*
講師6	*	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*	*
	*	6数,7数	6数,7数	6数,7数	*	6数,7数	

図 1　$a = 4$ で生成されたスケジュール表

	1日目	2日目	3日目	4日目	5日目	6日目	7日目
講師1	*	*	*	*	*	3数,4英	*
	*	3数,4英	3数,4数	4数,6英		*	*
	*	4英,6英	3数,4数	3数,6英	3数,6英	*	
講師2	2数,5数	5数,9数	9数,11英	*		*	3国,9数
	3国,6数	2数,5数		*	2数,6数	6数,11英	*
	*	*	*	*	*	6数,9数	*
講師3	4国,12英	*	5英,8英	*	5英,10国	8英,12英	2英,4国
	10国,12国	*		*		7英,10国	2英,7英
	5英,12英	*		*	2英,7英	*	*
講師4	*	*		*	1英,9国	*	*
	*		2国,9英	*	1国,9英	1国,9英	*
	1国,9国	1国,2国	2国,6国	1英,11国	1国,11国		6国,7国
講師5	*	1数,8数		8数,10英		*	
		1数,10英		*	*		
	*	*	*	*	*	*	*
講師6	*	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*	*
	*	7数,11数	7数,11数	7数,10数	*	7数,11数	10数,11数

図 2　$a = 7$ で生成されたスケジュール表

5.3 考察

本研究で扱った例題では，生徒の予定授業数の合計が 90 コマであった．そのため，最低でも全体で 45 回の授業を行う必要がある．講師の出勤可能日時を考慮すると，$a = 3$ のとき，講師 1 は最大で 6 回の授業が行うことができる．他の講師についても授業数の最大を考えると，合計で 38 回となる．これは 45 回に満たないため，実行不可能となる．$a = 4$ では，全体の授業数が 45 回であり，想定される最小の値となる．そのため，$a \ge 5$ では，変化が見られなかった．$a = 4$ のスケジュール表を見ると，全ての授業が満席であり，授業数に無駄のないことが確認できる．次に，$a = 4$ と $a = 7$ のスケジュール表を比較する．各講師の授業割り当てのばらつきに着目すると，$a = 4$ では出勤可能日時による授業数の差はあるものの，出勤日については均等といえる．一方 $a = 7$ では，出勤日に大きなばらつきが見られ，$a = 4$ 以上に授業数の差があると分かる．これは，$a = 7$ の方が緩い条件のもとで得られた解であるためである．以上の事からこの例題では，$a = 4$ にすることで無駄がなく，講師の授業数の均等なスケジュール作成が行えたといえる．

6 おわりに

本研究では，個別指導塾におけるスケジュール作成を行った．ここで考えた方法を用いれば，コンパクトなスケジュール作成や，授業環境の改善見積もりが可能であると考えられる．

参考文献

[1]『なぜ個別指導塾が増えるのか – 塾の塾 –』，http://juku.yts.jp/parent/042/

[2] 藤澤克樹・梅谷俊治『応用に役立つ５０の最適化問題』，朝倉書店，２００９

[3]『学習指導システム【個太郎塾】』，http://www.ichishin.co.jp/kyoiku/kotaro/tabid/256/Default.aspx