運搬経路の最適化を考慮した店舗のクラスタリング

2015SS013 林竜也　2015SS016 肥田照久

指導教員：福嶋雅夫

1　はじめに

日常生活において，運搬という作業は絶え間なく行われている．たとえば，郵便配達やデリバリーサービス，宅配便，何度も発注を繰り返す小売店などがあげられる．国内貨物輸送は，その大部分をトラック輸送に頼っており，経済社会にとって不可欠の事業であるといえる．物流に直接携わる関係者にとって運搬の効率化により得られる費用削減の効果は大きく，さらには荷物を受け取る側である企業や一般国民においても，より便利なものとなることが期待されるため，配送計画問題における費用削減の期待は極めて大きいといえる [1, 1.2 節][2, pp.164-179].

配送計画問題は，デポと呼ばれる特定の施設に待機する運搬車によって，店舗へ製品などを運搬する際，費用が最小となる運搬経路を求める問題の総称である．この問題を解くにあたって考えられる最も単純な方法は，全ての可能性について考える全探索である．しかし，全探索は計算量が店舗数に対して指数関数的に増加する．ほとんどの配送計画問題は NP 困難であり多項式時間の厳密解法は絶望視されているため，近似解法を採用するなどの工夫が必要である [3]．多くの近似解法は，店舗をクラスタリングした後に各クラスタに対してルートを設定する解法，すなわちクラスター先ルート後法に基づいている [4, 16.6.3 節].

本研究では，このクラスター先ルート後法に基づき，店舗をクラスタリングした後に，各クラスタに対する運搬経路を求める．デポに格納されている運搬車の台数分の店舗を種点として領域内に適当に決定し，種点から各店舗への距離の和を最小化するというクラスタリングの手法を提案する．一般化割当法という既存の手法を用いて，提案する手法との差異を比較し，考察を行う．

2　距離に基づくクラスタリング

この節では，種点と店舗の距離に基づくクラスタリングの手法を提案する．二点 i, k 間の距離を d_{ik} とする．運搬車の台数分の店舗を種点として適当に決定し，各店舗を種点からの距離が小さい順にその種点を含むクラスタに割り当て，すべての店舗をクラスタリングする．この手法では運搬車の容量制約を考慮せずクラスタリングを行う．

この手法を用いると，運搬車の容量制約を考慮していないため，運搬車の台数が少ないクラスタリングが可能となる．しかし，容量制約を無視してクラスタリングを行ったため，これに容量制約を加えると，クラスタに含まれる店舗の総需要量が運搬車の積載容量の上限を超えてしまう可能性がある．実際に製品を運搬する際には，運搬車の積載容量を考慮する必要があるため，巡回路を求める際に容量制約を加える．

以下に提案する手法を用いたクラスタリングの例を示す (図 1 参照)．図の数字は店舗の番号を表す．

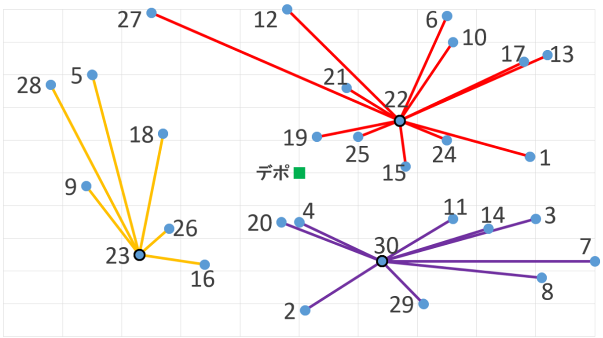

図 1　提案する手法のクラスタリングの例

■:デポ，◎:種点，○:店舗

2.1　記号・変数の定義

記号，変数を次のように定義する．

- 記号

  N：店舗の集合

  M：種点の集合

  d_{ik}：二点 i, k 間の距離

  α：クラスタの大きさのばらつきを抑えるためのパラメータ ($\alpha > 1$)

- 変数

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{店舗 } i \text{を種点 } k \text{ に割り当てる} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

2.2　定式化

提案する手法を用いたクラスタリングの定式化を以下に示す．

$$min \sum_{i\in N}\sum_{k\in M} d_{ik}x_{ik} \tag{1}$$

$$s.t. \sum_{k\in M} x_{ik} = 1 \quad (i \in N) \tag{2}$$

$$\sum_{i\in N} d_{ik}x_{ik} \le \alpha \sum_{i\in N} d_{il}x_{il} \quad (k, l \in M) \tag{3}$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\} \quad (i \in N,\ k \in M) \tag{4}$$

式 (1) は各種点とそれに割り当てられた店舗間の距離の総和を表す目的関数である．式 (2) は各店舗にちょうど 1 つの種点が割り当てられることを表し，式 (3) は，クラスタごとの距離の差が最大でも α 倍以内になることを表して

いる．α の値を 1 に近づけるほど，クラスタごとの距離の差も小さくなっていく．式 (4) は種点へ割り当てられる店舗が分割できないことを表す整数条件である．

3　一般化割当法を用いたクラスタリング

次に，一般化割当法の手順の説明と定式化を行う [4, 16.6.4 節]．種点の数は決まっており，デポを o，点 i から点 j に移動するときにかかる費用を c_{ij} とする．

一般化割当法　デポと種点を往復するような仮想的な巡回路を作り，その巡回路に店舗を挿入したときの費用の増加量を店舗ごとに計算する．ここで，種点 k に店舗 i を挿入したときの費用の増加量 Δ_{ik} は，費用 c_{ij} を用いて式 (5) のように計算される (図 2 参照)．

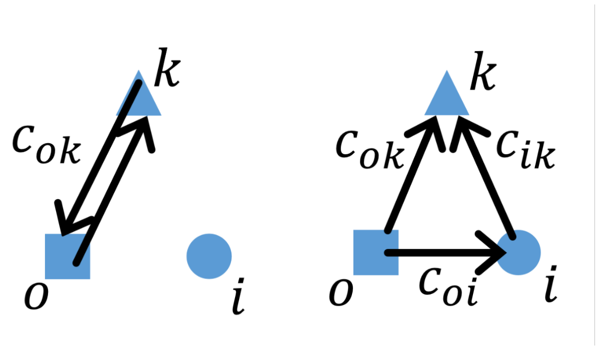

図 2　一般化割当法の説明

$$\Delta_{ik} = c_{oi} + c_{ik} - c_{ok} \tag{5}$$

運搬車の容量制約を満たし，費用の増加量の合計が最小になるように店舗を各種点に割り当て，クラスタリングする．以下に一般化割当法を用いたクラスタリングの例を示す (図 3 参照)．

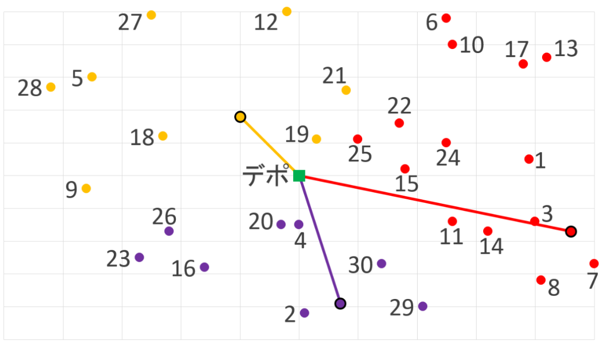

図 3　一般化割当法のクラスタリングの例

■:デポ，◎:種点，○:店舗

3.1　記号の定義

以下の記号を追加する．

- 記号

  q_i：店舗 i の需要量

  Q：運搬車 1 台の積載容量

3.2　一般化割当法の定式化

一般化割当法の定式化を以下に示す．

$$min \sum_{i \in N} \sum_{k \in M} \Delta_{ik} x_{ik} \tag{6}$$

$$s.t. \sum_{k \in M} x_{ik} = 1 \quad (i \in N) \tag{7}$$

$$\sum_{i \in N} q_i x_{ik} \leq Q \quad (k \in M) \tag{8}$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\} \quad (i \in N,\ k \in M) \tag{9}$$

式 (6) は，式 (5) で与えられる費用の増加量の合計を表す目的関数である．式 (7)，(9) は式 (2)，(4) と同様に，各店舗にちょうど 1 台の運搬車が割り当てられることと，種点に割り当てられる店舗が分割できないことを表す整数条件である．式 (8) は種点に割り当てられた店舗の需要量の合計が運搬車の積載容量の上限を超えないことを表す．ただし，$x_{ik} = 0 (\forall i)$ となる $k \in M$ が存在する可能性がある．その場合は，店舗が割り当てられない種点が存在することを表している．

4　運搬経路の構成

運搬車の運搬経路は，巡回セールスマン問題を用いて求める．一つのクラスタ内の需要の合計が運搬車 1 台の容量を超えてしまう場合は，一つの巡回路ですべての店舗に運搬できないので，通常の巡回セールスマン問題として定式化することは適切ではない．このような場合，一つのクラスタ内に二つ以上の巡回路を設定することで，クラスタの数，すなわち，運搬車の台数を増やすことなく解決できる．複数の運搬経路を求める問題は，巡回セールスマン問題の制約条件等を一部変更することで，??節で追加，変更する記号・変数を用いて定式化できる [6, 5.3 節]．

以下に例を示す．この場合，三つのクラスタに対し，四つの巡回路ができている (図 4 参照)．

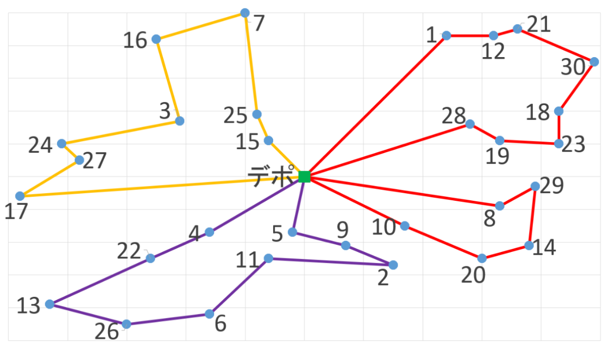

図 4　同じ色で繋がれている店舗が同じクラスタに属す

4.1　記号・変数の定義

複数の巡回路をもつ巡回セールスマン問題の定式化を行うため以下の記号・変数を追加，変更する．

- 記号

  n：店舗数

  K：巡回路の集合
- 変数

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{巡回路 } k \text{ 上で店舗 } i \text{ から店舗 } j \text{ に移動する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

$$z_i^k = \begin{cases} 1 & \text{店舗 } i \text{ が巡回路 } k \text{ に属する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

y_i^k：デポを含まない部分巡回路を防ぐための制約式に用いる変数

4.2　複数の巡回路をもつ巡回セールスマン問題の定式化

複数の巡回路をもつ巡回セールスマン問題の定式化を以下に示す．

$$
\begin{aligned}
min \ & \sum_{k\in K}\sum_{i\in N}\sum_{j\in N} c_{ij}x_{ij}^k & (10)\\
s.t. \ & x_{ij}^k \le z_i^k \quad (i,j\in N,\ k\in K) & (11)\\
& x_{ji}^k \le z_i^k \quad (i,j\in N,\ k\in K) & (12)\\
& \sum_{j\in N} x_{ij}^k = z_i^k \quad (i\in N,\ k\in K) & (13)\\
& \sum_{j\in N} x_{ji}^k = z_i^k \quad (i\in N,\ k\in K) & (14)\\
& \sum_{k\in K} z_i^k = 1 \quad (i\in N) & (15)\\
& y_i^k - y_j^k + (n+1)x_{ij}^k \le n \ (i,j\in N,\ k\in K) & (16)\\
& \sum_{i\in N} q_i z_i^k \le Q \quad (k\in K) & (17)\\
& x_{ij}^k \in \{0,1\}, z_i^k \in \{0,1\} \ (i,j\in N,\ k\in K) & (18)
\end{aligned}
$$

式 (10) は総移動距離を表す目的関数である．式 (11), (12) は各店舗間の移動は同一の巡回路内でのみできることを表しており，式 (13)，(14) はすべての店舗について，それぞれ一つの店舗から到着し，一つの店舗へ進むことを表している．式 (15) は各店舗が必ず一つの巡回路のみに属すことを表し，式 (16) はデポを含む部分巡回路を防ぐための制約式である．式 (17) は各巡回路内の需要の合計が運搬車の積載容量を超えないための制約である．

5　各手法の相違点

二つの手法の相違点として，まずは，目的関数値の違いが挙げられる．提案する手法は各種点とそれに割り当てられた店舗間の距離の総和であり，一般化割当法はデポと種点をまわる巡回路に店舗を加えた際の費用の増加量である．

次に，種点についての違いが挙げられる．提案する手法では店舗を種点と設定しているのに対し，一般化割当法は店舗以外に種点を設定している．このため，一般化割当法では店舗が割り当てられない種点ができる場合がある．一方，提案する手法では店舗を種点とするため，種点とクラスタの数は必ず一致する．よって，同じ条件でクラスタリングを行っても，クラスタの数が異なる可能性がある．

次に，運搬車の容量制約についての違いが挙げられる．提案する手法は容量制約を考察せずクラスタリングを行うのに対し，一般化割当法は容量制約が考慮されている．

6　計算実験と結果と考察

上記の二つの手法でクラスタリングを行い，運搬経路となる巡回路を計算実験により求め，比較する．計算実験には最適化ソルバ Gurobi[5, 5 章] を用いた．

店舗の配置と各店舗の需要量を乱数を用いて定め，その店舗配置においてのクラスタリングを各手法で行う．そこで得られた結果をもとに，巡回路を求める．店舗は x 軸，y 軸ともに 0 から 100 までの座標内に配置し，店舗数は 30 とする．デポは $(x, y) = (50, 50)$ に固定し，各店舗の需要量は 1 から 100 までの範囲とする．また，各手法における種点はあらかじめ決まっているものとする．

この条件で 10 通りの問題を設定し，各設定において種点の位置は固定したまま，種点の数を変化させながら，計算実験を行った．図 5 は各設定で求めた目的関数値の平均値を表す．

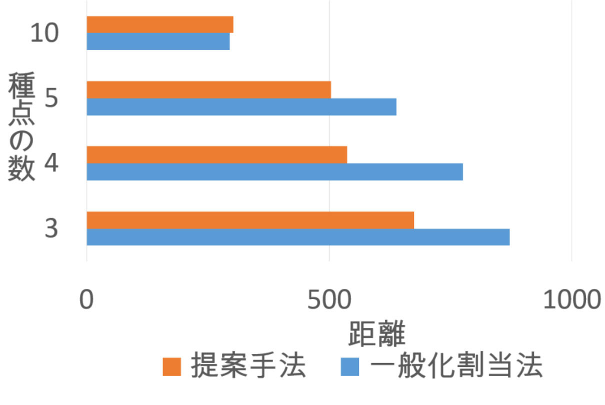

図 5　クラスタリングの目的関数値の平均

クラスタリングの目的関数値は，各手法において目的関数が異なるため，直接比較することは適切ではないが，どちらの手法も種点の数が増えるほど小さくなり，似た推移を示した (図 5 参照)．

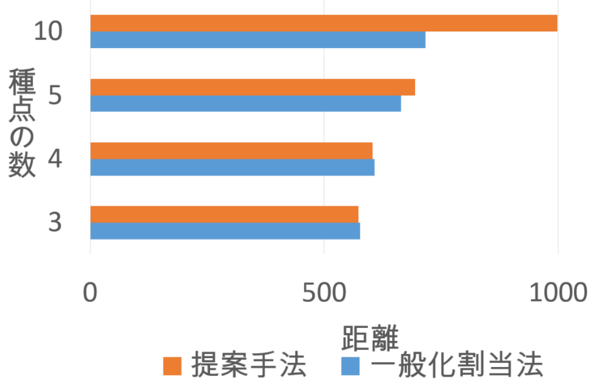

図 6　巡回路の総移動距離の平均

巡回路の総移動距離は，両手法とも種点の数が増えるほど大きくなった．種点が増えることでクラスタの数が増え，巡回路の総数が増えるためであると考えられる．

5 章で述べたように，提案する手法では種点とクラスタの数が等しくなるが，一般化割当法は種点が店舗ではないため種点に店舗が割り当てられず，種点とクラスタの数が異なる場合がある．種点とクラスタの数が等しい場合はどちらの手法も同程度の結果を示したが，種点が 10 個の場合，一般化割当法ではクラスタの数が平均 8.2 個で種点の数と異なり，提案する手法では種点とクラスタの数が等しくなったため，総移動距離にも大きな差が生じた (図 6 参照).

また，提案する手法では容量制約を考察していないため，種点が 3 個のとき一つのクラスタ内の需要量の合計が運搬車の積載容量を超える場合が 6 通りあった．

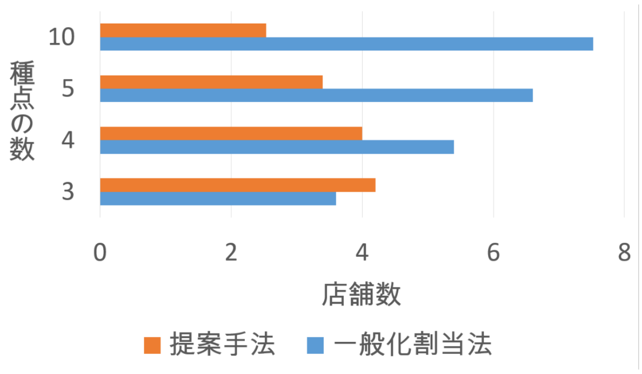

図 7　各クラスタにおける店舗数の最大と最小の差の平均

各クラスタに含まれる店舗数の最大と最小の差の平均は，提案する手法と一般化割当法で逆の推移を示した．この値は種点の数が増えるほど，提案する手法では小さくなり，一般化割当法では大きくなった (図 7 参照).

7　提案する手法の利点

提案した手法は，種点とクラスタの数が等しい場合において，一般化割当法と同程度の結果を示した．このことから，提案する手法を用いることで，運搬車の積載容量を重視することなくクラスタリングを行っても，効率的な巡回路を求めることが可能であると考えられる．また，一つのクラスタに複数の巡回路を設定した場合，総移動距離は増加する可能性があるものの，運搬車の数を減らすことができるため，移動にかかる費用に比べて運搬車 1 台を使用するためにかかる費用が大きい場合に有効な手法であると考えられる．

各運搬車の移動距離が大きく異なる場合，各クラスタの巡回路の距離に大きくばらつきが出てしまう．すべての運搬車がデポに戻ってくるまでの間，すでに店舗をまわり終えた運搬車にも費用がかかる場合，費用が高くなってしまう可能性がある．提案する手法では，パラメータ α を用いて種点から各店舗への距離の和をできるだけ均等にすることが可能であり，各クラスタの巡回路の距離のばらつきを抑えることが可能であると予想されるため，費用を抑えることができると期待できる．

一般化割当法では，デポ，種点，店舗のすべての要素がクラスタリングの結果に影響するが，提案する手法はクラスタリングの際に，デポを使用しないため，結果に影響するのは種点と店舗のみである．このため，領域内にデポが複数ある場合，デポを種点とすることで，より効率的な巡回路を得ることが期待できる．

8　おわりに

6 章の結果からもわかるように，本研究で提案した手法は，問題の規模が大きくなり種点が増えた場合，クラスタも同様に増えていくが，一般化割当法はそうとは限らない．このことは，二つの手法で大きく差が生じる点であり，提案した手法を用いると非効率になる可能性がある．しかし，運搬車の積載容量を考慮せずクラスタリングを行うことは可能であるため，実際の問題の規模や状況によっては，適切な手法になりうると期待できる．

参考文献

[1] 大野勝久，逆瀬川浩孝，中出康一，『Excel で学ぶオペレーションズリサーチ』，近代科学社，2014

[2] 棚橋優，今堀慎治，『配送計画問題に対するデータベース付きメタ戦略』，数理解析研究所講究録，第 1879 巻，2014 年，pp.164-179

[3] 日本オペレーションズ・リサーチ学会，《運搬経路問題 (配送計画問題，トラック配送問題，配送問題，輸送経路問題)》，http://www.orsj.or.jp/ wiki/wiki/index.php/

[4] 久保幹雄，田村明久，松井知己，『応用数理計画ハンドブック』，朝倉書店，2012

[5] 久保幹雄，J.P. ペドロソ，村松正和，A. レイス，『あたらしい数理最適化-Python 言語と Gurobi で解く』，近代科学社，2016

[6] 福島雅夫，『新版 数理計画入門』，朝倉書店，2013