

# 粘性結合を含むベルト駆動の $H_\infty$ 制御

2012SE294 米津翔平

指導教員：陳 幹

## 1 はじめに

本研究で用いられるベルト駆動は現在、ベルトコンベアなどの工作機械、または自動車におけるトランスミッション手法の一つである CVT に実用化されている。[1],[2] を参考に研究を進めている。[1] では粘性結合、ばらつきパラメータのロバスト安定補償、 $H_\infty$  制御による位置決め制御システムを追加することにより、正確なバックラッシュの角関数を提示しており、行列ポリトープ表現を用い、 $H_\infty$  制御でシミュレーションまで行っている。本研究では実験機に実装を行い、安定性を確かめ、より良い制御器設計を目指すことを目標とする。

## 2 モデリング

制御対象の物理パラメータを表 1 に示す。ベルト駆動の図を図 1 に示す。

表 1 物理パラメータ

名称	値	単位
ロードディスクの角度	$\theta_l$	[rad]
ドライブディスクの角度	$\theta_d$	[rad]
ロードディスクの慣性モーメント	$J_l$	[kgm <sup>2</sup> ]
ドライブディスクの慣性モーメント	$J_d$	[kgm <sup>2</sup> ]
ベルトのばね定数	$K_l$	[N/m]
ドライブディスク粘性摩擦係数	$c_d$	[Ns/rad]
ロードディスクの粘性摩擦係数	$c_l$	[Ns/rad]
入力トルク	$\tau$	[Nm]
2 伝達トルク	$T_s$	[Nm]

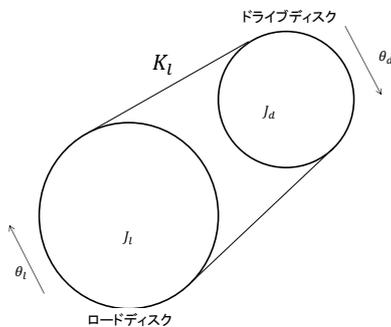


図 1 ベルト駆動のモデル

ドライブディスクとロードディスクの運動方程式を運動

の第二法則を用いて式 (1),(2) に示す。

$$J_d \ddot{\theta}_d(t) = -c_d \dot{\theta}_d(t) - T_s(t) + \tau(t) \quad (1)$$

$$J_l \ddot{\theta}_l(t) = -c_l \dot{\theta}_l(t) + T_s(t) \quad (2)$$

ここで外乱  $\theta_b$  は以下のように表せる。

$$\theta_b(t) = \begin{cases} -\alpha & (E > \alpha) \\ -E & (|E| \leq \alpha) \\ \alpha & (E < -\alpha) \end{cases} \quad (3)$$

$$E = \theta_d(t) - \theta_l(t) + \frac{\sigma}{K_l} (\dot{\theta}_d(t) - \dot{\theta}_l(t)) \quad (4)$$

## 3 状態空間表現

状態変数と入力および外乱を以下に定義する。

$$x(t) = [ \theta_d(t), \dot{\theta}_d(t), \theta_l(t), \dot{\theta}_l(t) ]^T, \quad (5)$$

$$u(t) = \tau(t), \omega(t) = \theta_b(t) \quad (6)$$

これより、制御対象の状態空間表現が以下に与えられる。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1\omega(t) + B_2u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_l}{J_d} & \frac{-\sigma - c_d}{J_d} & \frac{K_l}{J_d} & \frac{\sigma}{J_d} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_l}{J_l} & \frac{\sigma}{J_l} & -\frac{K_l}{J_l} & \frac{-\sigma - c_l}{J_l} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K_l}{J_d} \\ 0 \\ \frac{K_l}{J_l} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_d} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [ 0 \ 0 \ 1 \ 0 ] \quad (9)$$

## 4 最適サーボシステム

定常状態の誤差をなくすために、最適サーボシステムを考慮した。出力  $y(t)$  と目標値  $r(t)$  との誤差を  $e(t)$  とする。状態変数を  $x_e(t)^T = [x(t) \ \int e(t)]^T$  とすると、最適サーボシステムは以下で表現できる。

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_{1e} \omega(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = C_1 x_e(t) \end{cases} \quad (10)$$

ここで行列  $A_e, B_{1e}, B_{2e}, C_1, \omega(t)$  は以下である。

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0_{4 \times 1} \\ -C & 0 \end{bmatrix}, B_{1e} = \begin{bmatrix} B_1 & 0_{4 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_{2e} = \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, \omega(t) = \begin{bmatrix} d_\alpha \\ r \end{bmatrix} \quad (11)$$

## 5 粘性結合

固有振動数  $\omega_n[H_z]$ , 減衰係数  $\zeta$  を以下で示す [1].

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_1}{J_l}}, \zeta = \frac{1}{2\pi} \log 10 \frac{X_0}{X_1} \quad (12)$$

$X_0, X_1$  は初期振幅と第一振幅とし, 式 (12) からロードディスクを与えられた全ての粘性係数を  $c = 2J_l\omega_n \times \zeta$ , 粘性結合係数  $\sigma$  を  $\sigma = c - c_l \simeq 0.0171$  とする.

## 6 行列ポリトープ表現

本研究では, 慣性モーメント  $J_d, J_l$  のロバスト性を保証するために,  $J_d, J_l$  を以下のように指定した.

$$\{J_{dmin}, J_{lmin}\}, \{J_{dmax}, J_{lmax}\} \quad (13)$$

$$\{J_{dmin}, J_{lmax}\}, \{J_{dmax}, J_{lmin}\} \quad (14)$$

行列ポリトープ表現を使うことにより, 行列  $A_{ei}, B_{1ei}, B_{2ei}$  の端点の範囲を以下のように示す.  $A_{ei}, B_{1ei}, B_{2ei}$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) もし, それぞれの端点が安定するなら, 端点の間の安定化され则认为る.

## 7 $H_\infty$ 制御

式 (7) より,  $H_\infty$  制御のシステムは以下となる [2].

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_{1e} \omega(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = C_2 x_e(t) + D_2 u(t) \end{cases} \quad (15)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} W_x & 0_{4 \times 1} \\ 0 & W_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 1} \\ 0 \\ W_u \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで,  $z(t)$  は評価出力とする.  $W_x > 0, W_e > 0, W_u > 0$  はそれぞれ, 重み行列, 積分器, 入力に対する重みとする. この制御器について, 外乱  $\omega(t)$  から評価出力  $z(t)$  までの  $H_\infty$  ノルムを最小化する.

$H_\infty$  ノルムが  $\gamma_\infty$  より小さい場合, 最悪な外乱に対しても外乱を抑える効果を保証することができる. 変数変換を行い, LMI 条件を定式化したものを以下に示す.

minimize :  $\gamma_\infty$ , subject to :  $X > 0$

$$\begin{bmatrix} XA_{ei}^T + A_{ei}X + B_{2ei}Y + Y^T B_{2ei}^T & * & * \\ C_2 X + D_2 Y & -\gamma_\infty I & 0 \\ B_{1ei}^T & 0 & -\gamma_\infty I \end{bmatrix} < 0 \quad (i=1,2,3,4) \quad (17)$$

このとき, LMI 式 (17) を安定化させる,  $X$  と  $Y$  が存在するとき, 状態フィードバックゲイン  $Kx_e(t) = YX^{-1}x_e(t)$  が存在し, このシステムを安定化させる.

## 8 実験結果

本研究では, バックラッシュの角度を  $0.0105[\text{rad}]$ , ロードディスクの角度の目標値を  $\frac{\pi}{2}[\text{rad}]$  とし実験を行った.

$W_x, W_e, W_u$ , 状態フィードバックゲイン  $K$  を以下に設定した.

$$W_x = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}, W_e = 0.09,$$

$$W_u = 0.09,$$

$$K = \begin{bmatrix} -2.5228 & -0.1148 & 0.5382 & -0.1080 & 3.6606 \end{bmatrix} \quad (18)$$

行列ポリトープ表現で場合分けされたロードディスクとドライブディスクの慣性モーメントを考慮して, 実験を行った. シミュレーションと実験を比較した図を以下に示す.

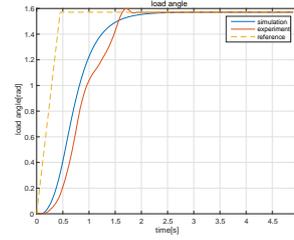


図2  $J_{dmin}, J_{lmin}$

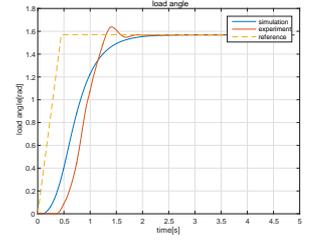


図3  $J_{dmax}, J_{lmax}$

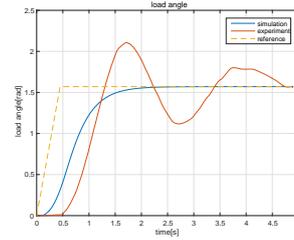


図4  $J_{dmax}, J_{lmin}$

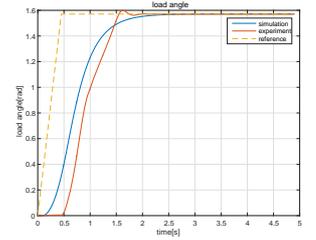


図5  $J_{dmin}, J_{lmax}$

## 9 おわりに

本研究では, 最適サーボシステム,  $H_\infty$  制御, 行列ポリトープ表現を用いてロバスト性を保証し, 実験機に実装することができた.

## 参考文献

- [1] Yuto OTA, M2016SC014, Robust  $H_\infty$  Control Design for Belt-Drive with Dead-Zone Model including Viscous Coupling, 2018 年, 南山大学大学院理工学研究科修士論文, 機械電子制御工学専攻, 高見研究室
- [2] 吉田賢司, 2013SE261, バックラッシュを考慮したベルト駆動の  $H_\infty$  制御, 2017 年, 南山大学理工学部卒業論文, システム創成工学科, 高見研究室