主効果に順序制約のある二元配置モデルにおける統計的検定法

2014SS060 成瀬進亮　2014SS063 大石和志

指導教員：白石高章

1　はじめに

一元配置モデルにおいて処理効果に順序制約がある場合のノンパラメトリック検定法として, Page 検定法がある. 本論文では, 正規分布を仮定した二元配置モデルにおける主効果についての Page 型検定法について考察する.

2　二元配置モデルの設定

要因 A の各水準 $A_i (i = 1, \cdots, r)$, 要因 B の各水準 $B_j (j = 1, \cdots, s)$ および, 水準 A_i と B_j の交互作用効果 γ_{ij} について, 次の構造を仮定する.

$$X_{ijk} \equiv \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + e_{ijk}$$
$$(i = 1, \cdots, r\,;\, j = 1, \cdots, s\,;\, k = 1, \cdots, t)$$

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = \sum_{j=1}^{s} \beta_j = \sum_{i=1}^{r} \gamma_{ij} = \sum_{j=1}^{s} \gamma_{ij} = 0$$

このとき, 実験の繰り返し数はすべての水準において等しいことを仮定する. ただし, μ は総平均, α_i は要因 A の主効果, β_j は要因 B の主効果, γ_{ij} は A と B の交互作用とする. $\{e_{ijk} \mid i = 1, \cdots, r\,;\, j = 1, \cdots, s\,;\, k = 1, \cdots, t\}$ は誤差を表す変量で, 互いに独立であり, $e_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$ である. また, $(\alpha_1 \leqq \cdots \leqq \alpha_r)$ または $(\beta_1 \leqq \cdots \leqq \beta_s)$ という制約条件を課す.

表 1　二元配置分散分析

	要因 B_1	$\cdots$	要因 B_s
要因 A_1	$X_{111}, \cdots, X_{11t}$	$\cdots$	$X_{1s1}, \cdots, X_{1st}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
要因 A_r	$X_{r11}, \cdots, X_{r1t}$	$\cdots$	$X_{rs1}, \cdots, X_{rst}$

各標本平均は

$$\bar{X}_{ij\cdot} \equiv \frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t} X_{ijk} \quad (i = 1, \cdots, r; j = 1, \cdots, s)$$

$$\bar{X}_{i\cdot\cdot} \equiv \frac{1}{st}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t} X_{ijk} \qquad (i = 1, \cdots, r)$$

$$\bar{X}_{\cdot j\cdot} \equiv \frac{1}{rt}\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{t} X_{ijk} \qquad (j = 1, \cdots, s)$$

$$\bar{X}_{\cdots} \equiv \frac{1}{rst}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t} X_{ijk}$$

と表現できる.また,

$$n \equiv rst - rs$$

とおく.

3　検定統計量

帰無仮説 H_{01} : すべての i で$\alpha_i = 0 \qquad (i = 1, \cdots, r)$

H_{02} : すべての j で$\beta_j = 0 \qquad (j = 1, \cdots, s)$

対立仮説 H_{11} : ある i が存在して$\alpha_i < \alpha_{i+1}$

H_{12} : ある j が存在して$\beta_j < \beta_{j+1}$

を考える.

Page 検定統計量で順位を $\hat{\alpha}_i$, $\hat{\beta}_j$ に替えた統計量をそれぞれ

$$T_A \equiv \sum_{i=1}^{r}\Big(i - \frac{r+1}{2}\Big)\hat{\alpha}_i,\ T_B \equiv \sum_{j=1}^{s}\Big(j - \frac{s+1}{2}\Big)\hat{\beta}_j$$

と定義する. ただし $\hat{\alpha}_i = \bar{X}_{i\cdot\cdot} - \bar{X}_{\cdots}$, $\hat{\beta}_j = \bar{X}_{\cdot j\cdot} - \bar{X}_{\cdots}$ とする. また, 誤差平方和 S_E と誤差分散 $\hat{\sigma}^2$ をそれぞれ

$$S_E \equiv \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t}\left(X_{ijk} - \bar{X}_{ij\cdot}\right)^2$$

$$\hat{\sigma}^2 \equiv \frac{S_E}{n}$$

とおいたとき, 次の命題 1 と命題 2 を得る.

命題 1　$\hat{\sigma}^2$ は分散 σ^2 の一様最小分散不偏推定量である.

証明　$\hat{\sigma}^2$ の期待値は,

$$E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$$

となる. これにより $\hat{\sigma}^2$ は σ^2 の不偏推定量である.

また, $X_{111}, \cdots, X_{rst}$ の密度関数は,

$$f(x_{111}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x_{111} - \mu_{11})^2}{2\sigma^2}\right\}$$
$$\vdots$$
$$f(x_{rst}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x_{rst} - \mu_{rs})^2}{2\sigma^2}\right\}$$

と書くことができ, 同時密度関数は

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \Big(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\Big)^n \exp\left\{-\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t}\frac{(x_{ijk} - \mu_{ij})^2}{2\sigma^2}\right\}$$
$$= \exp\Bigg(-n\log\sqrt{2\pi}\sigma - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t}\frac{x_{ijk}^2}{2\sigma^2}$$
$$-\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t}\frac{2x_{ijk}\mu_{ij}}{2\sigma^2} - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\sum_{k=1}^{t}\frac{\mu_{ij}^2}{2\sigma^2}\Bigg)$$

となる. したがって,

$$S(\mathbf{X}) = 1$$

$$d(\boldsymbol{\theta}) = -n \log \sqrt{2\pi}\sigma - \frac{\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \sum_{k=1}^{t} \mu_{ij}^2}{2\sigma^2}$$

$$C_{ij}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\mu_{ij}}{\sigma^2} \qquad (i = 1, \cdots, r\,;\, j = 1, \cdots, s)$$

$$T_{ij}(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^{t} X_{ijk} \quad (i = 1, \cdots, r\,;\, j = 1, \cdots, s)$$

$$C_{(r+1,s+1)}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2\sigma^2}$$

$$T_{(r+1,s+1)}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \sum_{k=1}^{t} X_{ijk}^2$$

とおくと,

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = S(\mathbf{x}) \exp \left\{ \sum_{i=1}^{r+1} \sum_{j=1}^{s+1} C_{ij}(\boldsymbol{\theta}) T_{ij}(\mathbf{x}) + d(\boldsymbol{\theta}) \right\}$$

で表す事が出来る.さらに,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \left\{ T_{(r+1,s+1)}(\mathbf{x}) - \frac{2}{t} \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} T_{ij}^2(\mathbf{x}) + \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} T_{ij}^2(\mathbf{x}) \right\}$$

と表せるため, 文献 [1] の定理 4.2 から結論を得る. □

文献 [3] の定理 11.35 を用いると, 帰無仮説 H_{01} の下での T_A の平均と分散はそれぞれ,

$$E_0(T_A) = 0,\ V_0(T_A) = \frac{r(r-1)(r+1)}{12st}\sigma^2$$

となる. すなわち,

$$T_A \sim N\left(0,\ \frac{r(r-1)(r+1)}{12st}\sigma^2\right) \quad \cdots ①$$

が成立する.

同様に帰無仮説 H_{02} の下での T_B の平均と分散はそれぞれ,

$$E_0(T_B) = 0,\ V_0(T_B) = \frac{s(s-1)(s+1)}{12rt}\sigma^2$$

となる. すなわち,

$$T_B \sim N\left(0,\ \frac{s(s-1)(s+1)}{12rt}\sigma^2\right) \quad \cdots ②$$

が成立する.

補題 1 標本 X_{ijk}, 標本平均 $\bar{X}_{ij\cdot}, \bar{X}_{i\cdot\cdot}, \bar{X}_{\cdot j\cdot}, \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}$ の共分散は以下で与えられる.

$$Cov(X_{ijk},\ \bar{X}_{i\cdot\cdot}) = Cov(\bar{X}_{ij\cdot},\ \bar{X}_{i\cdot\cdot}) = \frac{\sigma^2}{st}\,,$$

$$Cov(X_{ijk},\ \bar{X}_{\cdot j\cdot}) = Cov(\bar{X}_{ij\cdot},\ \bar{X}_{\cdot j\cdot}) = \frac{\sigma^2}{rt}\,,$$

$$Cov(X_{ijk},\ \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}) = Cov(\bar{X}_{ij\cdot},\ \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}) = Cov(\bar{X}_{i\cdot\cdot},\ \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot})$$

$$= Cov(\bar{X}_{\cdot j\cdot},\ \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}) = Cov(\bar{X}_{i\cdot\cdot},\ \bar{X}_{\cdot j\cdot}) = \frac{\sigma^2}{rst}$$

証明 本稿に記載した.

命題 2 $T_A, T_B, \hat{\sigma}^2$ は互いに独立である.

証明 文献 [1] の定理 2.29 より, $\hat{\alpha}_i,\ \hat{\beta}_j,\ X_{ijk} - \bar{X}_{ij\cdot}$ が互いに独立であることを示せばよい. よって, 補題 1 を用いて, それぞれの共分散が 0 となればよい.

(i) T_A と T_B について

$$\begin{aligned}
Cov(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j) &= Cov(\bar{X}_{i\cdot\cdot} - \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}, \bar{X}_{\cdot j\cdot} - \bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}) \\
&= Cov(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}, \bar{e}_{\cdot j\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}) \\
&= E\left\{(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})(\bar{e}_{\cdot j\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})\right\} \\
&\quad - E(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})E(\bar{e}_{\cdot j\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}) \\
&= E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{\cdot j\cdot} - \bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot j\cdot}\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot} + \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}^2) \\
&= E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{\cdot j\cdot}) - E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}) - E(\bar{e}_{\cdot j\cdot}\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}) + E(\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}^2) \\
&= \frac{1}{rst} - \frac{1}{rst} - \frac{1}{rst} + \frac{1}{rst} \\
&= 0
\end{aligned}$$

となる. したがって,

T_A と T_B は互いに独立である. $\cdots$③

(ii)T_A と $\hat{\sigma}^2$ について

$i = i'$ のとき

$$\begin{aligned}
&Cov(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}, e_{ijk} - \bar{e}_{ij\cdot}) \\
&= E\left\{(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})(e_{ijk} - \bar{e}_{ij\cdot})\right\} \\
&\quad - E(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})E(e_{ijk} - \bar{e}_{ij\cdot}) \\
&= E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}e_{ijk} - \bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{ij\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}e_{ijk} + \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}\bar{e}_{ij\cdot}) \\
&= E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}e_{ijk}) - E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{ij\cdot}) \\
&\quad - E(\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}e_{ijk}) + E(\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}\bar{e}_{ij\cdot}) \\
&= \frac{1}{st} - \frac{1}{st} - \frac{1}{rst} + \frac{1}{rst} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$i \neq i'$ のとき

$$\begin{aligned}
&Cov(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}, e_{i'jk} - \bar{e}_{i'j\cdot}) \\
&= E\left\{(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})(e_{i'jk} - \bar{e}_{i'j\cdot})\right\} \\
&\quad - E(\bar{e}_{i\cdot\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot})E(e_{i'jk} - \bar{e}_{i'j\cdot}) \\
&= E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}e_{i'jk} - \bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{i'j\cdot} \\
&\quad - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}e_{i'jk} + \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}\bar{e}_{i'j\cdot}) \\
&= E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}e_{i'jk}) - E(\bar{e}_{i\cdot\cdot}\bar{e}_{i'j\cdot}) \\
&\quad - E(\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}e_{i'jk}) + E(\bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}\bar{e}_{i'j\cdot}) \\
&= 0 - 0 - \frac{1}{rst} + \frac{1}{rst} \\
&= 0
\end{aligned}$$

となる. したがって,

T_A と $\hat{\sigma}^2$ は互いに独立である. $\cdots$④

(iii)T_B と $\hat{\sigma}^2$ について

(ii) と同様の計算方法により,

$j = j'$ のとき

$$Cov(\bar{e}_{\cdot j\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}, e_{ijk} - \bar{e}_{ij\cdot}) = 0$$

$j \neq j'$ のとき

$$Cov(\bar{e}_{\cdot j\cdot} - \bar{e}_{\cdot\cdot\cdot}, e_{ij'k} - \bar{e}_{ij'\cdot}) = 0$$

となる. したがって, T_B と $\hat{\sigma}^2$ は互いに独立である. ⋯⑤

よって, ③, ④, ⑤ より命題 2 の結論を得る. □

定理 1 H_{01} の下で,

$$T_{AN} \equiv \frac{T_A}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}V_0(T_A)}} = \frac{T_A}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2 r(r-1)(r+1)}{12st}}}$$

とおいたとき, T_{AN} は自由度 n の t 分布に従う.

証明 T_{AN} を変形すると,

$$T_{AN} = \frac{\sqrt{\frac{12st}{\sigma^2 r(r-1)(r+1)}}T_A}{\sqrt{\frac{\frac{S_E}{\sigma^2}}{n}}}$$

と表現できる. ここで,

$$X_A \equiv \sqrt{\frac{12st}{\sigma^2 r(r-1)(r+1)}}T_A,\ Y \equiv \frac{S_E}{\sigma^2}$$

とおき, $n = rst - rs$ から

$$T_{AN} = \frac{X_A}{\sqrt{\frac{Y}{n}}}$$

と表現でき, ① と文献 [1] の系 3.24 より,

$$X_A = \sqrt{\frac{12st}{\sigma^2 r(r-1)(r+1)}}T_A \sim N(0,1)\ ,$$

$$Y = \frac{S_e}{\sigma^2} \sim \chi^2_n \quad \cdots ⑥$$

T_A と S_e は独立 $\Longrightarrow$ X_A と Y も互いに独立 ⋯⑦

⑥, ⑦ と文献 [2] の定義 4.2 より $T_{AN} \sim t_n$ が示された. □

定理 2 H_{02} の下で,

$$T_{BN} \equiv \frac{T_B}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}V_0(T_B)}} = \frac{T_B}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2 s(s-1)(s+1)}{12rt}}}$$

とおいたとき, T_{BN} は自由度 n の t 分布に従う.

証明 定理 1 と同様にすると,

$$T_{BN} = \frac{\sqrt{\frac{12rt}{s(s-1)(s+1)\sigma^2}}T_B}{\sqrt{\frac{\frac{S_E}{\sigma^2}}{n}}}$$

と表現できる. ここで,

$$X_B \equiv \sqrt{\frac{12rt}{\sigma^2 s(s-1)(s+1)}}T_B,\ Y \equiv \frac{S_E}{\sigma^2}$$

とおき, $n = rst - rs$ から

$$T_{BN} = \frac{X_B}{\sqrt{\frac{Y}{n}}}$$

と表現でき, ② より,

$$X_B = \sqrt{\frac{12rt}{\sigma^2 s(s-1)(s+1)}}T_B \sim N(0,1)$$

T_B と S_e は独立 $\Longrightarrow$ X_B と Y も互いに独立 ⋯⑧

⑥, ⑧ と文献 [2] の定義 4.2 より $T_{BN} \sim t_n$
が示された. □

4 検定方式

H_{01} の下で定理 1 より,

$$T_{AN} \sim t_n$$

が成り立つ. T_{AN} を検定統計量として, 自由度 n の t 分布の上側 $100\alpha\%$ 点を $t(n;\alpha)$ とすると, 水準 α の検定方式は検定関数 $\phi(\cdot)$ を用いて,

$$\phi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1 & (T_{AN} > t(n;\alpha) \text{ のとき}) \\ 0 & (T_{AN} < t(n;\alpha) \text{ のとき}) \end{cases}$$

と表現される. すなわち, $T_{AN} > t(n;\alpha)$ のとき H_{01} を棄却し, $T_{AN} < t(n;\alpha)$ のとき H_{01} を棄却しない.
H_{02} の下で定理 2 より,

$$T_{BN} \sim t_n$$

が成り立つ. T_{BN} を検定統計量として, 同様に,

$$\phi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1 & (T_{BN} > t(n;\alpha) \text{ のとき}) \\ 0 & (T_{BN} < t(n;\alpha) \text{ のとき}) \end{cases}$$

と表現される. すなわち, $T_{BN} > t(n;\alpha)$ のとき H_{02} を棄却し, $T_{BN} < t(n;\alpha)$ のとき H_{02} を棄却しない.

5 C 言語プログラムの解説

二元配置モデルにおける Page 型検定法による検定結果を出力するプログラムを C 言語によって作成した. ただし, t 分布の上側確率を求める部分は文献 [4] を参考にした. 本論文では, Page 型検定法のプログラムの全体の流れと main 関数プログラムのみを記載する. プログラムの詳細については, 本稿に記載した.

1. 要因 A の数, 要因 B の数, 繰り返し数を入力
2. 関数 load により, データを読み込み, 表示
3. 関数 PageA により, 統計量 T_A の値を計算
4. 関数 PageB により, 統計量 T_B の値を計算
5. 関数 SE により, 誤差平方和 S_E を計算
6. 関数 sigma により, σ^2 の一様最小分散不偏推定量を計算
7. 関数 TAN により, 統計量 T_{AN} を計算
8. 関数 TBN により, 統計量 T_{BN} を計算
9. 関数 output により, 入力されたデータを順序制約をつけたデータに変え, 検定結果を出力

```
int main (void){
    int r,s,t;
    float X[100][100][100];
    printf("要因Aの数を入力:");
    scanf("%d",&r);
    printf("要因Bの数を入力:");
    scanf("%d",&s);
    printf("繰り返し数を入力:");
    scanf("%d",&t);
    load(X,r,s,t);
    output(X,r,s,t);
    return(0);
}
```

6 C言語プログラムによる実際のデータを用いた実行結果と解析結果

6.1 検定内容

日本において年齢と都市階級によって身長に違いがあるのかどうかを調べるにあたり, 男女20代から30代の都市階級別の身長のデータ (文献 [3]) を使用した.
都市階級は大・中都市, 小都市, 町村の3つの階級とし, 2011年から2016年の6年間のデータを本稿の表4.1と表4.3に記載した.

6.2 実行結果

以下に男女別にディスプレイに表示された実行結果の一部を示す. 詳細は本稿に記載した.

男性

```
T_A=0.349762
T_B=0.239197
Se = 5.612089
sigmat2 = 0.093535
T_AN= 2.169887
T_BN= 2.709314
自由度= 60
p値(TAN)= 0.016993
p値(TBN)= 0.004388
有意水準α=0.05のとき,
帰無仮説H_01を棄却する.
帰無仮説H_02を棄却する.
有意水準α=0.01のとき,
帰無仮説H_01を棄却しない.
帰無仮説H_02を棄却する.
```

女性

```
T_A=0.824974
T_B=0.216660
Se = 5.941019
sigmat2 = 0.099017
T_AN= 4.974354
T_BN= 2.385139
自由度= 60
p値(TAN)= 0.000003
p値(TBN)= 0.010124
有意水準α=0.05のとき,
帰無仮説H_01を棄却する.
帰無仮説H_02を棄却する.
有意水準α=0.01のとき,
帰無仮説H_01を棄却する.
帰無仮説H_02を棄却しない.
```

6.3 解析結果

男性の身長は $T_{AN} = 2.169887, T_{BN} = 2.709314$ となり, それぞれのp値は, p値 $(T_{AN}) = 0.016993$, p値 $(T_{BN}) = 0.004388$ である. 帰無仮説 H_{01} は, $\alpha = 0.05$ で棄却されたが, $\alpha = 0.01$ では棄却されなかった. 帰無仮説 H_{02} は, $\alpha = 0.01$ で棄却された. 女性の身長は $T_{AN} = 4.974354$, $T_{BN} = 2.385139$ となり, それぞれのp値は, p値 $(T_{AN}) = 0.000003$, p値 $(T_{BN}) = 0.010124$ である. 帰無仮説 H_{01} は, $\alpha = 0.01$ で棄却された. 帰無仮説 H_{02} は, $\alpha = 0.05$ で棄却されたが, $\alpha = 0.01$ では棄却されなかった.

これらより, 男女とも身長に関して, 年齢と都市別に差があることがわかった.

なお, 順序制約をつけずにExcelを用いて分散分析を行った結果, 男性の身長のp値はそれぞれ, 標本(年齢)が0.1401, 列(都市)が0.01162となる. 同様に女性の身長のp値は, 標本(年齢)が0.000095, 列(都市)が0.0587となるため, 提案する検定法よりもp値が大きくなった. すなわち, 順序制約をつけることで, よく使われる分散分析法よりも, 帰無仮説が棄却されやすくなることがわかった.

7 おわりに

本論文では主効果に順序制約を仮定した二元配置モデルにおける検定方式を提案した. そして, 検定を行うためのC言語プログラムを作成し, 実際のデータを用いることによってより理解を深めることができた.

参考文献

[1] 白石高章:『統計科学の基礎』. 日本評論社, 東京, 2012.

[2] 白旗慎吾:『統計解析入門』. 共立出版株式会社, 東京, 2015.

[3] 文部科学省：体力・運動能力調査.
http://www.mext.go.jp/b_menu/toukei/chousa04/tairyoku/1261241.html
2017年12月18日閲覧

[4] 早川由宏, 白石高章: FortranとC言語による統計プログラミングの基礎　Mathematicaの使い方, 研究ノート. 2015.

[5] Page, E. B. (1963). "Ordered hypotheses for multiple treatments: A significance test for linear ranks". Journal of the American Statistical Association. 58 : 216-230.