

LEGO MINDSTORMS による球体型移動ロボットの開発とパラメータ同定

2014SC075 田畑光

指導教員：坂本登

1 はじめに

球体型移動ロボットは球体の外表面を持ち、この外表面を回転させることで地表を転がり移動するロボットである[1]。本研究では、図1のように球の中にLEGOで作成した二輪車ロボットを入れ、姿勢を保ちながら外表面を回転させることで移動する型を開発する。球体型移動ロボットは様々な型があり、本研究のような内部に二輪車ロボットを入れる型は他の型と比べて、二輪車の制御であるため直感的な操作が期待できるメリットと二輪車の姿勢安定がより重要になるというデメリットがある。本研究では、球体型移動ロボットの開発と運動方程式に必要な二輪車ロボットのパラメータ同定を行う。

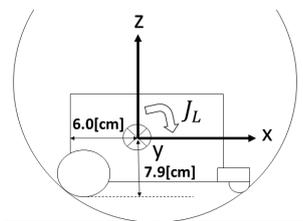


図1 球体ロボットの概要図と座標軸

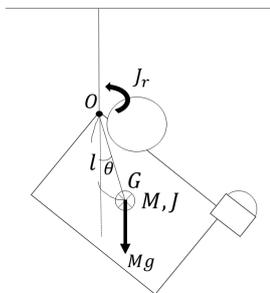


図2 概要図

2 球体型移動ロボット (二次元) の運動方程式

拘束条件ありの球体型移動ロボット (二次元) の運動方程式を式 (1) に示す。

$$\text{拘束条件} \begin{cases} \text{後輪とフロントが球殻と離れない} \\ \text{球殻が地面を滑らない} \end{cases}$$

$$\text{diag}(M_R, M_R, J_R, M_L, M_L, J_L)\ddot{q} + N = J_{wq}^T u + A^T \lambda \quad (1)$$

M_R : 球殻の質量 [kg], M_L : 二輪車の質量 [kg], J_R : 球殻の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$], J_L : 二輪車の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$] 以下の章から、 J_L と車輪のトルク u を同定する。

3 二輪車ロボットのパラメータ同定

図1に示す、 y 軸まわりの二輪車の慣性モーメント J_L を同定する。

3.1 重心の同定

物体を1点でつった時、その点を通る鉛直線は必ず物体の重心を通る。互いに物体の異なる任意の箇所をつり、その作用線の交点が物体の重心となる性質を用いる。任意の

異なる箇所に紐を付け、実際に重心を測った。この結果、図1に示すように後方から6.0[cm]、地面から7.9[cm]、実験機は x 軸に対称なので車輪から7.5[cm]の位置に重心があることがわかった。

3.2 慣性モーメントの同定方法

図1に示すように重心に固定された座標系の各軸に対する主慣性モーメント (J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}) を求める。はじめに、実体振り子の運動方程式から慣性モーメントを導出する。重心 G 、質量 M 、点 O を回転軸として、重力により微小振動するものとする。 $OG = l$ 、点 O 軸まわりの慣性モーメントを J_r とおき、 OG のなす角を θ とおく。 θ は微小なので、 $\sin \theta \approx \theta$ が成り立つものとする。図2より運動方程式は、

$$J_r \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -Mgl \sin \theta$$

$$J_r = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \times Mgl \quad (2)$$

式 (2) より質量 M 、回転軸から重心までの距離 l 、周期 T を計測することで、 J_r が得られることがわかる。平行軸の定理より以下の式が得られ、重心まわりの慣性モーメント J が求められる。

$$J = J_r - Ml^2 \quad (3)$$

3.3 慣性モーメント計測実験

実験により 3.2 章で求めた慣性モーメント J を計測する。周期 T は振動回数 n 、計測時間 t とすると $T = t/n$ となるので、計測値を式 (2)(3) に代入して各慣性モーメントを求める。実験機に様な棒を通し、振り子の原理でゆらす。棒と実験機との摩擦はないものと仮定し、各軸まわり $n = 10$ を 10 回ずつ計測し平均と分散を出した。表1に計測値から得られた二輪車ロボットの物理パラメータを示す。

表1 二輪車ロボットの物理パラメータ

実機の質量	M	$6.21 \times 10^{-1} [\text{kg}]$
重力加速度	g	$9.81 [\text{m/s}^2]$
x 軸での回転軸から重心までの距離	l_x	$4.90 \times 10^{-2} [\text{m}]$
y 軸での回転軸から重心までの距離	l_y	$6.01 \times 10^{-2} [\text{m}]$
z 軸での回転軸から重心までの距離	l_z	$6.00 \times 10^{-2} [\text{m}]$
x 軸での主慣性モーメント	J_{xx}	$1.20 \times 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
y 軸での主慣性モーメント	J_{yy}	$1.64 \times 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
z 軸での主慣性モーメント	J_{zz}	$1.47 \times 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$

4 EV3 モータのパラメータ同定

式 (1) に示す入力となる車輪のトルク u の同定ため、EV3 モータの運動方程式を求める二段階の実験を行う。

4.1 EV3 モータの運動方程式

DC モータのモデルと同様に、電気系と機械系のモデルに分けたシステムより、

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} + Ri + K_b \omega = v \text{(電気系)} \\ J \dot{\omega} + D \omega = K_\tau i = \tau \text{(機械系)} \end{cases} \quad (4)$$

L [H]: インダクタンス, R [\(\Omega\)]: 抵抗, K_b [V \cdot s/rad]: 逆起電力定数, i [A]: 電流, ω [rad/s]: 回転加速度, v [V]: 電圧, J [kg \cdot m²]: 慣性モーメント, D [N \cdot m \cdot s/rad]: 粘性摩擦係数, K_τ [N \cdot m/A]: トルク定数

モータの動きに対して、インダクタンス L は非常に小さいので、 $L \approx 0$ と近似し、実際のモータの電圧を Cv' とすると、(C : 定数, v' [%]: モータ電圧)

$$J \dot{\omega} + (D + \frac{K_b K_\tau}{R}) \omega = \frac{K_\tau C}{R} v' \quad (5)$$

5 EV3 モータを用いた実験 [2]

式 (5) を変形して、

$$\frac{JR}{DR + K_b K_\tau} \dot{\omega} + \omega = \frac{K_\tau C}{DC + K_b K_\tau} v'$$

$\frac{JR}{DR + K_b K_\tau} = T$, $\frac{K_\tau C}{DC + K_b K_\tau} = K$ とおくと、(T : 時定数, K : ゲイン)

$$T \dot{\omega} + \omega = K v' \quad (6)$$

角度 $y(t) = \theta(t)$ のデータを基に T と K を定めるため、ステップ応答を求める。

$$\theta(t) = K v_0 (t - T + T e^{-\frac{t}{T}}) (t \geq 0) \quad (7)$$

式 (7) から角度 $y(t) = \theta(t)$ のステップ応答と漸近線のグラフが示せる。実験データからのステップ応答の漸近線の傾き p_1 を切片 p_2 とすると、

$$\begin{cases} p_1 = K v_0 \\ p_2 = -TK v_0 \end{cases} \implies \begin{cases} K = \frac{p_1}{v_0} \\ T = -\frac{p_2}{K v_0} \end{cases} \quad (8)$$

式 (8) より、 p_1 と p_2 を定めることにより、 K と T を求めることができる。実験では約 10 秒間、角度データ $y[k] = \theta[k]$ を計測しており、最小二乗法により二乗誤差の総和が最小となるような傾き p_1 と切片 p_2 を決定する。実験の結果、 T [kg \cdot m \cdot rad/N \cdot s] の平均、分散は、 $7.16e - 02, 1.8130e - 05$, K [rad/s \cdot %] の平均、分散は、 $8.2581e + 00, 0.0048$ と同定できた。

6 圧力センサを用いた実験

モータの動特性を完全に同定するため、静止時のトルク定数を求める。圧力によって抵抗値が変化する圧力センサを用いて実験を行う。静止時より、式 (5) は $\dot{\omega} = \omega = 0$ より、 $\tau' = \frac{K_\tau C}{R} v'$ 。また、図 3 の表から $\tau' = K' v'$ とおくと $K' = \frac{K_\tau C}{R}$ となる。また、 $D + \frac{K_b K_\tau}{R} = D'$ とおくと式 (5) は、

$$\frac{J}{D'} \dot{\omega} + \omega = \frac{K'}{D'} v' \quad (9)$$

式 (9) と式 (6) の係数比較より、 $T = \frac{J}{D'}$, $K = \frac{K'}{D'}$ と示せる。したがって、実験により K' を同定することで運動方程式 (5) 式が定められる。実験は、圧力センサ、Arduino

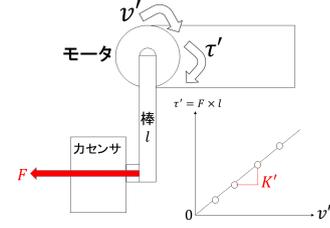


図 3 実験の概要図

Uno, ブレッドボード, 10 K \(\Omega\) 抵抗器, ジャンパーワイヤを用いて行う。まず、分銅を用いて校正実験を行う。

6.1 校正実験

1000, 500, 200, 100, 50, 20, 10[gf] の分銅を組み合わせ、1000, 500, 200, 150, 130, 120, 110, 100, 80, 70, 60, 50, 20[gf] の平均と分散を計測し、最小二乗法を用いてセンサから得られる抵抗値と荷重の関係式を求める。結果、抵抗値 R_f [\(\Omega\)] と荷重 G [gf] の関係式は、 $R_f = 0.3748G^2 - 2.5576G + 7.6077$ と同定することができた。

6.2 EV3 モータでの実験

校正実験の結果を基に、実際に EV3 モータを用いて式 (9) の K' を同定する。EV3 モータから棒 $l = 0.05$ [m] に伝わる力が圧力センサに垂直に加わるようにする。EV3 モータを $v' = 10 \sim 100$ [%] まで 10 ずつの抵抗値を計測し、荷重 [gf] を求める。最小二乗法を用いて直線近似を行い、 K' を求めるために、荷重を図 3 に示す $\tau' = F \times l$ [N \cdot m] に変換する。近似式の傾きが K' であり、 $K' = 3.0 \times 10^{-4}$ [N \cdot m/%] であった。式 (9) より、 $J = 2.061 \times 10^{-6}$ [kg \cdot m²], $D' = 3.633 \times 10^{-5}$ [N \cdot m \cdot s/rad]。結果、EV3 モータの運動方程式は、

$$2.061 \times 10^{-6} \dot{\omega} + 3.633 \times 10^{-5} \omega = 3.0 \times 10^{-4} v' \quad (10)$$

7 おわりに

本研究では、球体型移動ロボットの開発と二次元の運動方程式に必要なパラメータの同定を行った。今後の課題では、三次元の運動方程式に必要であると考えられる慣性乗積を求めることがあげられる。また、同定したパラメータを用いてシミュレーションを行う。

参考文献

- [1] 浦久保孝光: 『ジャイロ搭載型球体ロボットの直進運動制御』。日本ロボット学会誌, 第 32 巻, 第 6 号, 2014.
- [2] 川田昌克: 『MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学-PID 制御から現代制御まで-』。TechShare, 2013.