

自動車エンジンベンチマーク問題のための制約条件を考慮した非線形最適制御器の設計

2014SC049 宮地雅人 2014SC060 岡元章伍

指導教員：坂本登 中島明

1 序論

近年、多種多様な自動車が生産され、世界各国における自動車台数の増加により大気汚染や燃料の枯渇問題が問題視されてきた。近年の自動車産業は駆動系をガソリンやディーゼルエンジンから電気自動車化を目指している。しかしながら、電気自動車は従来のガソリンエンジンに比べ、一度の充電での走行距離の短さや充電時間の問題から電池に画期的な進歩がない限り、自動車の原動力はエンジンを主流に利用すると考えられている。

本研究では、SICE(計測自動制御学会)の先進的なパワートレイン制御理論の研究委員会によって配布された、ノッキングが起らない制約条件下で目標吸気圧追従制御の設計を要求するベンチマーク問題を使用する¹⁾。

2 SICE 自動車エンジンベンチマーク問題

2.1 研究課題

本研究で扱うベンチマーク問題は、様々な制約条件下におけるエンジンの最適制御シミュレータを制御対象とした簡易モデルである。燃費向上への満たすべき要求は自動車エンジンの状態をノッキングの正常領域内に留めつつ、エンジンを望ましい動作にできるように制御をすることである。このような制御は、エンジンの境界近傍制御と呼ばれているが、それを実現するための有効な手法は未だ得られていない。エンジンは強い非線形性を有するため、境界近傍制御問題の解決のためには非線形制御理論の発展が必要不可欠である。そこで、我々は、坂本登氏が提案した安定多様体法の理論を用いて、非線形最適制御器の設計を行い、理論の適用可能性をシミュレーションを用いて検証する²⁾。

2.2 モデリング

対象となるエンジンの概略図を図1に示し、物理パラメータを表1に示す。

エンジンの入力 u をスロットル角 θ_{th} を用いて $u = 1 - \cos(\theta_{th})$ と定義する。吸気マニホールド内の空気に関する質量保存則により

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_m V_m &= m_t - m_c \\ &= \alpha (1 - P^2) u - \frac{\omega}{\pi} \frac{P_m}{R_m T_m} V_h \end{aligned} \quad (1)$$

が成り立つ。また、理想気体の状態方程式は以下の式になる。

$$\rho_m V_m = \frac{P_m V_m}{R_m T_m} \quad (2)$$

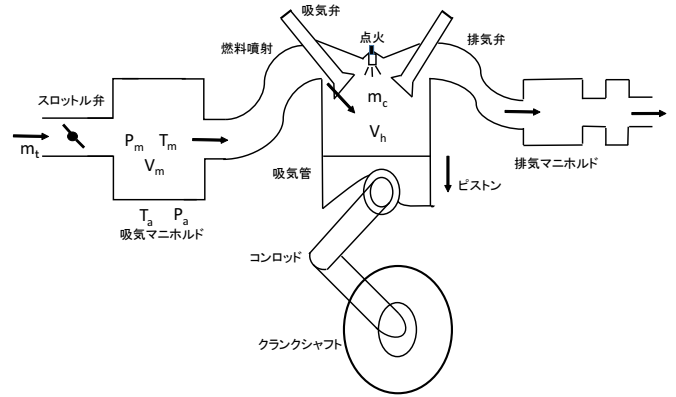


図1 気筒エンジンの概略図

表1 物理パラメータ

| 名前 | パラメータ |
|---------------|---|
| 吸気マニホールド内の吸気圧 | P_m [Pa] |
| 標準大気圧 | $P_a = 133.322 \times 760$ [Pa] |
| 吸気マニホールド内の温度 | T_m [K] |
| 標準温度 | $T_a = 273.15 + 25.0$ [K] |
| 大気密度 | $\rho_m = 1.18371$ [kg/m ³] |
| 空気の気体定数 | $R_m = 287.099$ [J/(kg K)] |
| 吸気マニホールドの容積 | $V_m = 0.01$ [m ³] |
| シリンダの容積 | $V_h = 0.0005$ [m ³] |
| スロットル弁の空気の流量 | m_t [m ³ /s] |
| シリンダ内の空気の流量 | m_c [m ³ /s] |
| 空気の自由度 | $f_m = 5$ |
| スロットル角 | θ_{th} [deg] |
| スロットル流量に関する定数 | $\alpha = 0.1111$ |
| エンジンの回転速度 | $\omega = 1000$ [rpm] |

(1), (2) 式の吸気マニホールド内の吸気圧と温度をそれぞれ $P = P_m/P_a, T = T_m/T_a$ とし正規化すると (3) 式を得る。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{T} \right) = -\frac{\omega}{\pi} \frac{V_h}{V_m} \frac{P}{T} + \alpha \frac{R_m T_a}{P_a V_m} (1 - P^2) u \quad (3)$$

次に吸気マニホールド内の空気を持つ内部エネルギーに関する保存則と理想気体の状態方程式より

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_m &= \frac{f_m + 2}{f_m} \frac{R_m T_a}{V_m} \alpha (1 - P^2) u \\ &\quad - \frac{f_m + 2}{f_m} \frac{V_h P_m}{V_m} \frac{\omega}{\pi} \end{aligned}$$

が成り立つ。(3) 式と同様に圧力と温度を正規化した式を

利用して

$$\frac{d}{dt}P = -\frac{f_m + 2}{f_m} \frac{\omega}{\pi} \frac{V_h}{V_m} P + \frac{f_m + 2}{f_m} \alpha \frac{R_m T_a}{P_a V_m} (1 - P^2) u \quad (4)$$

を得る. (3), (4) 式を行列形式でまとめることで簡易エンジンモデルである状態方程式 (5) を得る.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 x_1 + \theta_2 (1 - x_2^2) u \\ -\theta_3 x_2 + \theta_4 (1 - x_2^2) u \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし, 状態変数はそれぞれ

$$x_1 := \frac{P}{T} \quad x_2 := P$$

であり, 各パラメータをそれぞれ以下のように定義する.

$$\begin{aligned} \theta_1 &:= \frac{\omega}{\pi} \frac{V_h}{V_m} & \theta_2 &:= \alpha \frac{R_m T_a}{P_a V_m} \\ \theta_3 &:= \frac{f_m + 2}{f_m} \theta_1 & \theta_4 &:= \frac{f_m + 2}{f_m} \theta_2 \end{aligned}$$

よって本研究では, 物理モデル (5) 式を制御対象とする.

2.3 ノッキング境界

ノッキングとは, 急速にスロットルバルブを開くことにより, 点火時期のタイミングがずれクランク回転に対して逆回転してしまう現象のことである. ノッキングの境界モデルは以下のように表現される.

$$h(X) = \left(\frac{P}{\alpha^2}\right)^2 + \left(\frac{T-1}{\beta^2}\right)^2 - 1$$

ただし, $\alpha = 1.1$, $\beta = 0.35$ とする.

図 2 はノッキング境界のイメージを示している. 図 2 を見てわかるように吸気圧と温度で定義されたエンジン作動領域はノッキングあり領域とノッキング無し領域に分類される. ノッキング境界の式を $h(X)$ と定義すると下記のように場合分けされる.

$$h(X) = \begin{cases} h(X) > 0 & \text{outside of boundary (Violation)} \\ h(X) = 0 & \text{on boundary} \\ h(X) < 0 & \text{inside of boundary (Not Violation)} \end{cases}$$

2.4 従来法のシミュレーション結果

従来法の MPC(モデル予測制御) は未来の応答を予測し, 最適化計算を繰り返す制御手法であり, 多入出力システムに対して制約条件を含めることができる. 本ベンチマーク問題では, MPC による目標吸気圧追従制御が実現されているが, オンラインでの最適化計算による計算コストの問題から, 300MHz のクロックとメモリーサイズに限界がある量産車の ECU (Electronic Control Unit) に搭載することは容易ではない. この難点により, MPC の改善の余地があることを示唆している.

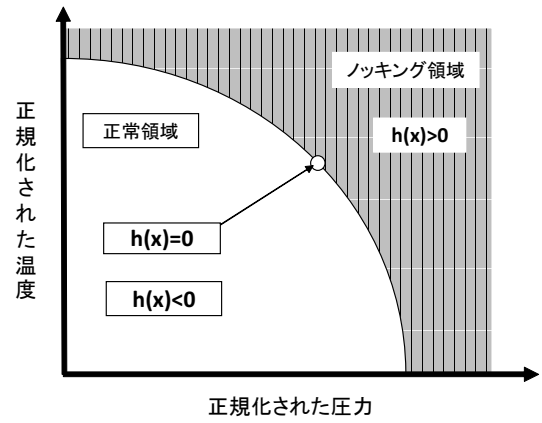


図 2 ノッキング境界の判別

図 3 は配布された MPC のシミュレーションの結果である. 図 3 に示すように, MPC により制御されたエンジン状態の軌道 (青の実線) は, ドライバーの要求に追従した規範モデル (緑の実線) をノッキング制約内では正確に追従しているが, ノッキング制約を違反した場合ノッキング制約 (赤の破線) に追従していることわかる.

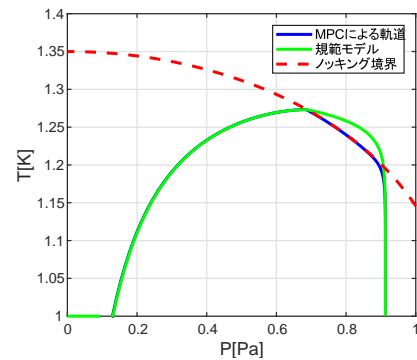


図 3 簡易平均値モデルのシミュレーション結果

3 安定多様体法を用いた非線形最適制御器の設計

3.1 最適制御の概要

ここでは非線形システムにおける最適制御問題に対して, 安定多様体によって Hamilton-Jacobi 方程式の解を求めることが可能であることを述べる. 非線形最適制御器の設計は Hamilton-Jacobi 方程式の安定化解を求めることに等しい. 以下では次のような非線形最適時不変システムに対し二次形式の評価関数を最小化する最適レギュレータ問題を取り扱う.

$$\begin{cases} \Sigma : \dot{x} = f(x) + g(x)u, & x(0) = x_0 \\ J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \end{cases}$$

ここで、 $Q \geq 0, R > 0, x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ である。このとき Hamiltonian H は、随時変数 $p \in \mathbb{R}^n$ を用いて

$$H = p^T(f(x) + g(x)u) + x^T Qx + u^T Ru \quad (6)$$

動的計画法を適用して最小化ベクトルを求める。

$$\frac{\partial H}{\partial u} = p^T g(x) + 2Ru = 0$$

最小化ベクトルは、

$$u^* = -\frac{1}{2}R^{-1}g(x)^T p \quad (7)$$

と得られる。(7) 式を (6) 式に代入すると、Hamilton-Jacobi 方程式は、

$$p^T f(x) - \frac{1}{4}p^T g(x)R^{-1}g(x)^T p + x^T Qx = 0 \quad (8)$$

となる。上式 Hamiltonian-Jacobi 方程式 (8) に対する Hamilton 正準方程式は以下のように得られる。

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}(x, p) \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}(x, p) \end{cases} \quad (9)$$

Hamilton-Jacobi 方程式 (8) の解 $p(x)$ と正準方程式 (9) の解 $p(t)$ は等価であることが示されている²⁾。従って、最適制御入力、以降の式で置き換えることができる。

$$u^* = -\frac{1}{2}R^{-1}g(x)^T p(x)$$

さらに、(9) 式の Hamilton 正準方程式を線形部分 (Linear F, G) と非線形部分 (NonLinear F, G) に分ける。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Linear } F \\ \text{Linear } G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Nonlinear } F \\ \text{Nonlinear } G \end{bmatrix} \quad (10)$$

3.2 例題による適用例

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \|x_2\| \leq 1 \end{cases}$$

上記の式を $x_2 = \eta(z), \eta(z) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(z), u = \eta'(z)\tilde{u}$ として以下の2次元の式に書き換える。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + \eta(z) \\ \dot{z} = \tilde{u} \end{cases}$$

例題で扱ったシステムの非線形制御でのシミュレーション結果を以下に示す。図4に安定多様体法によるシューティング線の応答、図5にその時の Hamiltonian の値を示す。

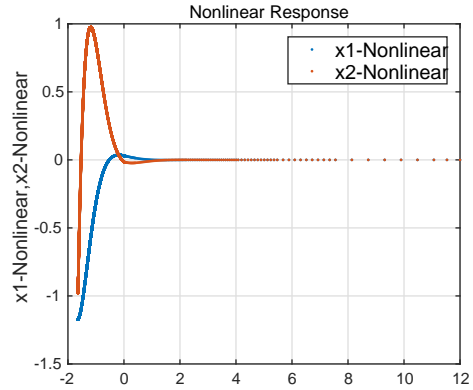


図4 x_1, x_2 のシューティング線の応答

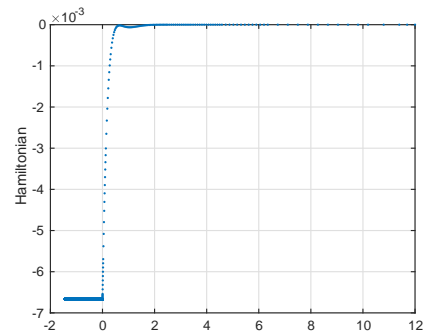


図5 Hamiltonian の値

次に線形制御での x_1, x_2 の時間応答を図6に示す。

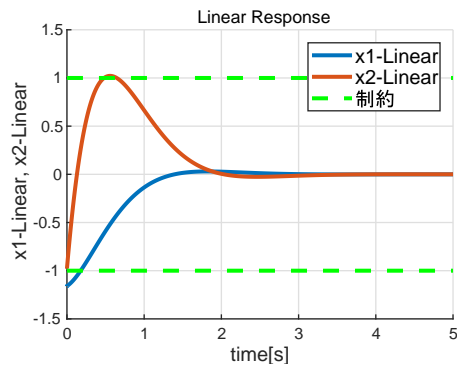


図6 線形制御による x_1, x_2 の時間応答

これより、非線形制御と線形制御は同じ初期値を与えられているが、シミュレーション結果から線形制御では制約

を超えていることが明らかである。

また、メッシュ近似法による状態フィードバックの結果を以下に示す。図7に非線形制御での時間応答、図8に線形、非線形での入力の時間応答を示す。

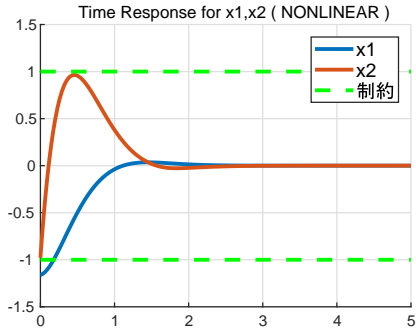


図7 非線形制御による x_1 , x_2 の時間応答

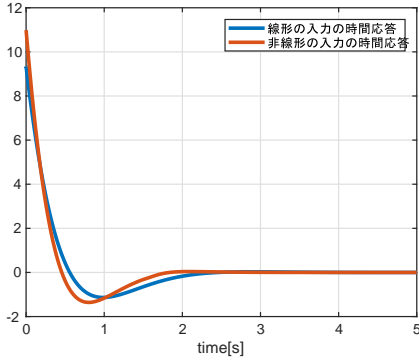


図8 線形と非線形の入力の時間応答の比較

図7より、 x_2 の状態制約が ± 1 に収まっていることが明らかである。非線形制御の試行により過渡入力心配されるが、図8より線形の場合と大差は無いことが見てとれる。

以上より、例題でのシステムは安定多様体法を用いた解法とメッシュ近似法による状態フィードバック制御のアプローチにより、制約を考慮した非線形最適制御の有用性が確かめられた。

3.3 エンジンシステムへの適用可能性

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 x_1 + \theta_2(1 - x_2^2)u \\ -\theta_3 x_2 + \theta_4(1 - x_1^2)u \end{bmatrix} \\ \left(\frac{x_2}{A}\right)^2 + \left(\frac{x_1 - 1}{B}\right)^2 < 1 \end{cases} \quad (11)$$

MPC制御によって出力されたグラフから、圧力は0.9111の値に温度は1の値に収束していることが明らかである。ここで、新たな変数 x_1^* , x_2^* , u^* を用いて状態変数を書き換える。また、下記のように x_a , x_b , x_u を導入する。

$$\begin{cases} x_1 = \frac{P}{T} = 0.9111 = x_a \\ x_2 = P = 0.9111 = x_b \\ u = 1 - \cos \theta = x_u \end{cases}$$

より、以降の式になる。

$$\begin{cases} x_1 - x_a = x_1^* \\ x_2 - x_b = x_2^* \\ u - x_u = u^* \end{cases}$$

上式を(11)に代入して、例題と同様に制約を省いた式を得る。

$$\begin{cases} \xi_1 = x_1^* + x_a \\ \xi_2 = \xi_2 = \left(\frac{x_2^* + x_b}{A}\right)^2 + \left(\frac{x_1^* + x_a - 1}{B}\right)^2 = \eta(z) \\ \dot{\xi}_2 = \eta'(z) \tilde{u} \\ \dot{z} = \tilde{u} \end{cases}$$

ここで、 $\eta(z)$ は(11)の制約式を表現するように選ばれた非線形関数である。例題と同様に、エンジンシステムの場合で値を与えると制約を考慮した結果が得られると期待する。

4 おわりに

本研究では、従来法の解析と制約問題を含む安定多様体による非線形最適制御器の設計を行った。我々の提案手法において、まず制約問題を扱う数値例題に取り組み、制約を加味していないLQ制御と比較し理論の有用性を検証した。今後の課題では、自動車エンジンシステムに対して提案手法を適用することである。また、提案手法はエンジンだけに留まらず様々な制約を考慮すべきシステムにおいても適用出来る可能性が高い。

5 参考文献

参考文献

- [1] Akira Ohata : 1.0Benchmark Problem 1, ver.1.0, SICE, 2016.
- [2] N. Sakamoto, A. J. van der Schaft, Analytical approximation methods for the stabilizing solution of the Hamilton-Jacobi equation, IEEE Tran Autom Control, Vol. 53, No 10, pp. 2335-2350, (2008).
- [3] 大島明, 申鉄龍:自動車エンジンのモデリングと制御-MATLAB エンジンシミュレータ CD-ROM 付, コロナ社, 2011.
- [4] 渡邊智, 加古純一:境界モデリングと境界近傍制御ベンチマーク問題, 計測と制御, 2014