

磁気浮上系におけるスライディングモード制御

2014SC053 中川太尊

指導教員：坂本登 中島明

1 はじめに

スライディングモード制御は非線形制御と適応制御の性格を持ち、優れたロバスト性を持つとされている。本研究は極配置法を用いてスライディングモード制御を磁気浮上システムに適用する。

2 制御対象

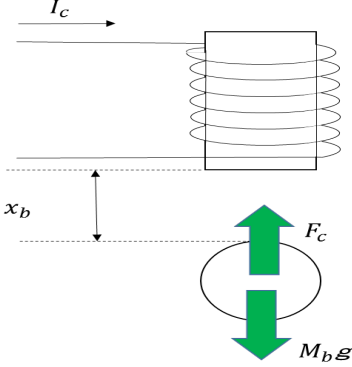


図1 磁気浮上モデル

2.1 モデル化

磁気浮上装置はコイルに電圧をかけ電磁石の吸引力で鋼球を浮上させるシステムである(図1)。ここで鋼球の質量を M_b [kg]、重力加速度を g [m/s²]、電磁力を F_c [N]、電磁力定数 k [Nm²/A²]、電流 I_c [A] とおき、鋼球の運動方程式を立てると以下ようになる。

$$M_b \frac{d^2}{dt^2} x_b(t) = M_b g - F_c \quad (1)$$

パラメータ d を導入し電磁力 F_c を

$$F_c = k \frac{I_c^2}{(x_b + d)^2} \quad (2)$$

と表した。ここで不確定パラメータ k, d を求めるために、平衡点での鋼球位置と電流の実測値を基にシステム同定を行う。この実測値を基に k と d を最小二乗近似法で求めた結果、 $d = 4.6 \times 10^{-3}$ 、 $k = 1.0104 \times 10^{-4}$ が得られた。

2.2 線形化

電磁力 F_c は非線形なため、線形化を行う。平衡点 (x_{b0}, I_{c0}) の周りでテーラー展開して線形化を行い状態方程式を求める。

平衡点からの微小変位をそれぞれ (x_{bl}, I_{cl}) とおき、状態変数と入力を

$$x = \begin{bmatrix} x_{bl} \\ \dot{x}_{bl} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$u = I_{cl} \quad (4)$$

とおくと次の状態方程式を導くことができる。

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{x_{b0}+d} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2g}{I_{c0}} \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$y = Cx = [1 \ 0] x \quad (6)$$

3 スライディングモード制御

スライディングモード制御とは、切換超平面を設計し、そこに状態を拘束させる制御入力を求める制御法である。一般に

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

$$\sigma = Sx \quad (8)$$

で表される。 σ は切り替え関数で、拘束条件が $\sigma=0$ である。

3.1 切り替え超平面の設計

本研究では極配置法を利用して切り替え超平面を設計する。正準系へ座標変換し、

$$\text{行列 } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{x_{b0}+d} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{とおくと式} \quad (7), (8) \text{ は}$$

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \quad (9)$$

$$\dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u \quad (10)$$

$$\sigma = S_1x_1 + S_2x_2 \quad (11)$$

と表せる。このシステムに次の線形変換を行う。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ \sigma \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}S_2^{-1}S_1)x_1 + A_{12}S_2^{-1}\sigma \quad (13)$$

$$\dot{\sigma} = [(S_1A_{11} + S_2A_{21}) - (S_1A_{12} + S_2A_{22})S_2^{-1}S_1]x_1 + (S_1A_{12} + S_2A_{22})S_2^{-1}\sigma + S_2B_2u \quad (14)$$

$\sigma = 0, \dot{\sigma} = 0$ より、式(13)、式(14)はそれぞれ

$$\dot{x} = (A_{11} - A_{12}S_2^{-1}S_1) x_1 \quad (15)$$

$$u = (S_2B_2)^{-1}((S_1A_{11} + S_2A_{21}) - (S_1A_{12} + S_2A_{22})S_2^{-1}S_1)x_1 \quad (16)$$

式 (15) はスライディングモードの方程式, 式 (16) はそのときの等価制御入力である. (A, B) が可制御であるとするとき座標変換された式 (9) における (A_{11}, A_{12}) も可制御である.

$$\dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}q)x_1 \quad (17)$$

q を設計することによって任意な極配置が可能となる. 式 (9) と比較すると

$$q = S_2^{-1}S_1 \quad (18)$$

このとき

$$S = [S_1 \quad S_2] = [S_2q \quad S_2] = S_2 [q \quad I] \quad (19)$$

この式中, 行列 S_2 は任意であるため, $S_2 = I$ とすれば $S = [q \quad I]$ で確定される.

3.2 スライディングモードコントローラの設計

超平面に状態を拘束するために非線形入力であるスライディングモードコントローラの設計を行う. 今回は最終スライディングモード制御法を用いる. スライディングモード制御入力 u は線形フィードバック制御項 u_l と非線形制御項 u_{nl} の2つの独立した項から構成されていると考えることができる.

$$u = u_l + u_{nl} = -(SB)^{-1}SAx - p \frac{\sigma}{\|\sigma\| + \eta} \quad (20)$$

次にスライディングモード存在条件を満足するとき制御入力のパラメータ p を求める. 最終スライディングモード制御入力はリアプノフ関数により決められるため, σ に関する関数の候補を次のように選び, 変形していくと

$$V = \sigma^T \sigma / 2 \quad (21)$$

$$\dot{V} = -kSB \frac{\sigma^2}{\|\sigma\|} < 0 \quad (22)$$

ここで, $SB > 0$ のとき $p > 0$, $SB < 0$ のとき $p < 0$ と選べば安定なスライディングモード制御を実現できる. 今回, $SB < 0$ より $p < 0$ である. また, このコントローラはチャタリング抑止の効果のある平滑関数 η を用いている.

4 シミュレーション

シミュレーションでは初期条件として $x_1 = 0.001$, $x_2 = 0$ をおいた. また, 他のパラメータは $x_{b0} = 0.13$ [m], $S_1 = 10$, $S_2 = 1$, $p = -0.8$, $\eta = 0.2$ とした. また, LQ 制御のシミュレーションとの比較を行う.

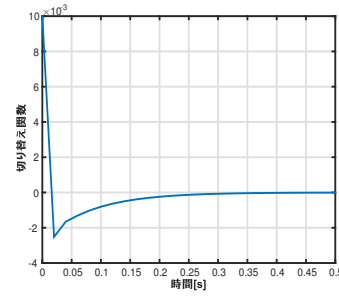


図2 シミュレーション結果: 切り替え関数

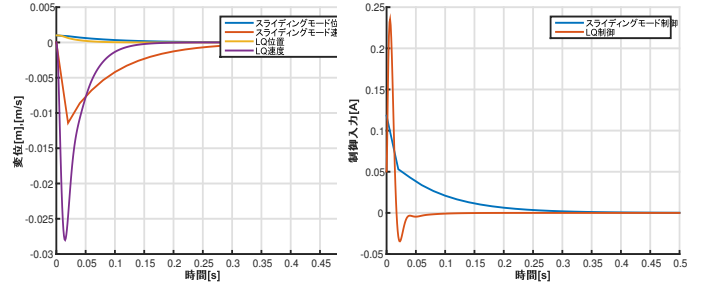


図3 シミュレーション結果

5 考察

シミュレーション結果を見ると, 切換関数 σ は 0 に向かって収束しており, スライディングモードが生じていることがわかる. また, 変位と制御入力も 0 に収束しているため, スライディングモード制御で制御できていると言える. LQ 制御と比較すると収束までにかかる時間は長く, 最大速度は抑えられていることが分かる.

6 おわりに

本研究では, スライディングモード制御での切り替え超平面の設計を極配置法によって行うことが出来た. スライディングモード制御は他の制御と比べて, ある程度パラメータを変えても制御することが出来ることも確認できた. 現在, m ファイルでのシミュレーションしかできていないため, 今後の課題として simulink モデルを作成し, 実験を行いシミュレーションとの比較を行う.

参考文献

- [1] 野波健蔵:『MATLAB による制御系設計』, 東京電機大学出版局, 東京, 2011.
- [2] 丸山数人:『スライディングモード制御による磁気浮上装置のロバスト安定化』南山大学数理情報学部数理学科卒業論文 (2007)
- [3] 鈴木彰悟:『加速度制約 (安定多様体法) のまとめ』4 章磁気浮上システムへの適用より, 南山大学理工学部修士論文 (2016)