

バイク型二輪車両の姿勢制御

2014SC069 杉本稜太

指導教員：中島明

1 はじめに

昨年、ホンダが二輪車両が転倒しないように自立させることのできる Honda Riding Assist[2] を発表するなど制御技術を用いた自動車、自動二輪車の自動化が進んでいる。今後このような技術が広まっていくにあたり安全性や正確性の点から見ても制御技術の向上が不可欠となってくる。本研究では、二輪車両の姿勢安定制御を目標とする。まず二輪車両のモデル化を行う。二輪車両は非ホロノミックな拘束を受けているため、拘束条件を導出し、それを基にした状態方程式からシミュレーションモデルを作成しシミュレーションを行う。

2 二輪車両のモデルと座標系

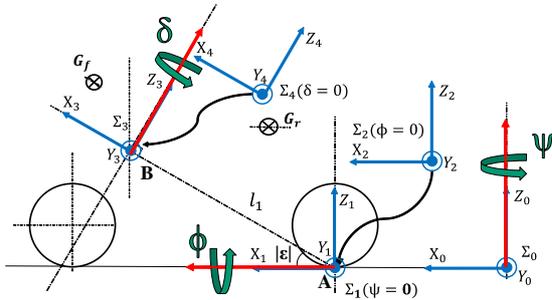


図1 二輪車両モデル

図1の二輪車両のモデルを考えると、ヨー角 ψ は車両のヨー角方向の回転角、ロール角 ϕ は車両のロール方向の傾き角、キャスト角 ϵ は操舵軸が垂直線となす角、操舵角 δ はハンドル軸周りの操舵角を表している。基本座標系 Σ_0 は初期姿勢での後輪の進行方向を X_0 軸、左方向を Y_0 軸、鉛直上方向を Z_0 軸としている。また、キャスト角 ϵ は右ねじ方向を正とするため負の値をとる。それぞれヨー角回転後座標系 Σ_1 、ロール角回転後座標系 Σ_2 、キャスト角回転後座標系 Σ_3 、操舵角回転後座標系 Σ_4 とする。

3 二輪車両モデルの導出

3.1 ラグランジュ関数 L の導出

ラグランジュ関数 L は運動エネルギー $T(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}$ とポテンシャルエネルギー $U(q) \in \mathbb{R}$ から以下のように表される。

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (1)$$

$$T(q, \dot{q}) = T_v(q, \dot{q}) + T_\omega(q, \dot{q})$$

$$U(q) = m_r g e_z^{T0} p_{G_r} + m_f g e_z^{T0} p_{G_f}$$

このとき、 $T_v(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}$ は並進速度による運動エネルギー、 $T_\omega(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}$ は回転速度による運動エネルギーである。

3.2 拘束条件の導出

ここでは、提案するモデルの拘束条件の導出を行う。二輪車両モデルの拘束条件として、前後輪ともに路面に接地しており、前輪は転がりと操舵軸周りの運動、後輪は転がり運動を考える。今回、横滑りはないと考えると、このモデルの拘束条件は以下ようになる。

- 接地点の進行方向に関して、速度の大きさが車輪半径 \times 車輪角速度
- 接地点の進行方向に垂直な方向に関して、速度の大きさが0

3.2.1 後輪の拘束条件

後輪の接地点に関して進行方向のベクトルは $e_1 = Y_2 \times Z_0$ 、その法線ベクトルは $e_2 = e_1 \times Z_0$ となる。後輪の接地点の速度ベクトル ${}^0v_{r0} = {}^0\dot{p}_1$ とすると、後輪の拘束条件は以下ようになる。

$${}^0v_{r0}^T e_1 = r_r \dot{\theta}_r, {}^0v_{r0}^T e_2 = 0 \quad (2)$$

3.2.2 前輪の拘束条件

前輪についても後輪と同様に考える。前輪の接地点に関して進行方向のベクトルは $e_3 = Y_4 \times Z_0$ 、その法線ベクトルは $e_4 = e_3 \times Z_0$ となる。

$${}^0p_{f_w} = {}^0p_1 + {}^0R_2 {}^2p_3 + {}^0R_4 {}^4p_{f_w} \quad (3)$$

$${}^0p_{f_g} := {}^0p_{f_w} |_{\theta_f = \theta_{f_g}}$$

接地点での速度ベクトルを ${}^0v_{f_g} = {}^0\dot{p}_{f_g}$ とすると、前輪の拘束条件は以下ようになる。

$${}^0v_{f_g}^T e_3 = r_f (\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_{f_g}), {}^0v_{f_g}^T e_4 = 0 \quad (4)$$

3.3 運動方程式の導出

式(1)より非ホロノミックな拘束を受ける二輪車両モデルはラグランジュ関数 L を用いて以下のように表される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = J^T(q) \lambda + Bu \quad (5)$$

$$J(q) \dot{q} = 0 \quad (6)$$

このとき $J(q)$ は式(2),(4)をまとめた拘束力で、一般化座標 $q \in \mathbb{R}^7$ は次のようになる。

$$q = [\phi, \delta, \theta_r, \theta_f, \psi, x, y]^T$$

Bu は非保存力であり、 $u = [u_\delta, u_{\theta_r}, u_{\theta_f}]^T$ である。また、 $D \in \mathbb{R}$ はモデルが受ける動摩擦力によるエネルギーを表す。ここで、式(5)は以下のように表すことができる。

$$M(q) \ddot{q} + N(q, \dot{q}) = J^T(q) \lambda + Bu \quad (7)$$

式(7)の λ は未知数であるので式(6)を用いて消去することを考える。このとき $M(q)$ は慣性行列、 $N(q, \dot{q})$ は遠心力・コリオリの力の項である。

まず、一般化座標 q を $q_i = [\phi, \delta, \theta_r]^T$, $q_d = [\theta_f, \psi, x, y]^T$ に分割する。またそれに対応して式(6)の $J(q)$ を $J(q) = [J_i(q), J_d(q)]$, $J_i(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$, $J_d(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ という形に分割する。 $J_i(q)$ と $J_d(q)$ を用いて行列値関数 $C(q) \in \mathbb{R}^{7 \times 3}$ を導入する。

$$C(q) = \begin{bmatrix} I_3 \\ -J_d^{-1}(q)J_i(q) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$J(q)C(q) = 0 \quad (9)$$

$$\dot{q} = C(q)\dot{q}_i$$

ここで、式(9)を転置したものが $C^T(q)J^T = 0$ となるのでこれを用いて λ を消去する。

$M(q), N(q, \dot{q}), C(q), \dot{q}$ の関係をラグランジュ方程式に適用することで次式の状態方程式を得る。

$$\dot{x}_s = f(x_s) + g(x_s)u \quad (10)$$

$$x_s = \begin{bmatrix} q^T & \dot{q}_i^T \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

$$f(x_s) = \begin{bmatrix} C(q)\dot{q}_i \\ F(q, \dot{q}_i) \end{bmatrix}, g(x_s) = \begin{bmatrix} O_{7 \times 3} \\ G(q, \dot{q}_i) \end{bmatrix}$$

4 モデルの安定化と可制御性解析

本章では、一定の姿勢角のまま静止する二輪車両のモデルを考える。平衡点近傍で線形近似化を行いそのモデルについて可制御性の検証を行う。

4.1 平均点近傍における線形近似

静止するような二輪車両の制御モデルを考える。このとき制御する状態変数 x_s は以下のとおりとなる。

$$x_s = [\phi, \delta, \theta_r, \dot{\phi}, \dot{\delta}, \dot{\theta}_r]^T \in \mathbb{R}^6$$

一定の姿勢角で静止している状態の線形近似モデルを考える、このときの非線形モデルの状態方程式は

$$\frac{dx_s}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\delta} \\ \dot{\theta}_r \\ F(x_s) + G(x_s)u \end{bmatrix} = f(x_s, u) \in \mathbb{R}^6 \quad (12)$$

である。また未知数は以下の9個である。

$$[\phi, \delta, \dot{\phi}, \dot{\delta}, \theta_r, u_\delta, u_{\theta_r}, u_{\theta_f}]$$

9個の未知数に対して、方程式は式(12)より6式となる。したがって、フリーパラメータを3つ与えれば平衡点を求めることができる。決定するフリーパラメータは以下のとおりとなる。

$$\phi = 0, \delta = \delta_b, \theta_r = 0 \quad (13)$$

さらに座標変換 $\tilde{x}_s = x_s - x_{sb}$, $\tilde{u} = u - u_b$ を行って平衡点近傍での線形近似を行い以下の状態方程式を得る。

$$\dot{\tilde{x}}_s = A\tilde{x}_s + B\tilde{u} \quad (14)$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x_s} \Big|_{x_s=x_{sb}, u=u_b}, B = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x_s=x_{sb}, u=u_b}$$

4.2 極配置法によるコントローラ的设计

状態フィードバックゲイン行列 K を計算し、極配置を行うことでモデルの安定化を行う。極は $[-1.0, -1.1, -1.2, -1.3, -1.4, -1.5]^T$ に設定した。

5 シミュレーション

初期状態として $\delta_0 = -40[\text{deg}]$ に設定し、シミュレーションを行った

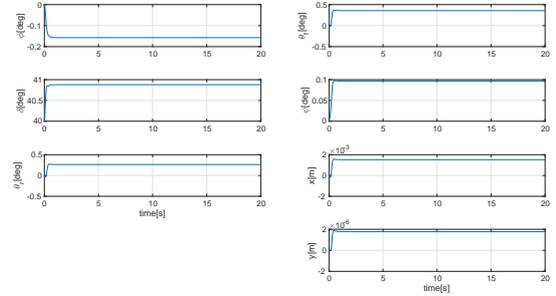


図2 一般化座標 q の値

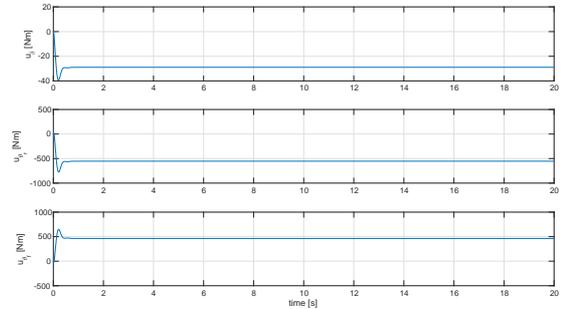


図3 入力 u

シミュレーションの結果として、必要な入力 u が前後輪に約500[Nm]と、非現実的な値になってしまったが、二輪車両を静止させることができた。

6 おわりに

本研究では二輪車両は非ホロノミックな拘束を受けているため拘束条件を導出し、二輪車両をモデル化した。そのモデルを線形近似化し、安定化させるためにフィードバック制御を行った。二輪車両を静止させることはできたので、入力も現実的な値になるようにしたい。

参考文献

- [1] 刈谷涼：『二輪車両のモデル化と可制御性解析』，卒業論文，名古屋大学，2010。
- [2] Honda：「「CES 2017」Honda 発表内容 ～生活の質を高める新価値提供に向け、AI・ビッグデータ・ロボティクス技術を活用したオープンイノベーションを加速～」，<http://www.honda.co.jp/news/2017/c170106.html>。2017年10月9日アクセス。