

# アメリカ大統領選挙における投票力指数の判定

2014SS093 山崎誠太

指導教員：福嶋雅夫

## 1 はじめに

私たちは日々の生活の中で投票というものを目にするところがある。具体的な例としては、選挙や株主総会などが挙げられる。その投票の際、各投票者の投票における決定への影響力を測るものが投票力指数である。株主総会などの投票の際、その影響力は持ち株数に必ずしも影響されるのではなく、様々な条件によって変化してしまう。そのため投票力指数を用いて影響力を数値化することが必要となる。

この影響力を測る指数として次の2つが代表的である。1つ目は、L.S. Shapley によって定義された Shapley value (シャープレイ値) を、L.S. Shapley と M. Shubik が投票の影響力を測る際に適用したものである Shapley-Shubik index (シャープレイ・シュービック指数) であり、2つ目はアメリカの法律家である J. F. Banzhaf によって定義された Banzhaf index (バンザフ指数) である [1]。

本研究では投票力指数について、2016年にトランプ氏が選ばれたアメリカ大統領選挙の本選挙における各州の決定への影響力をシャープレイ・シュービック指数を用いて考える。アメリカ大統領選挙では各州のもつ選挙人の数が重要となってくる。ここでは選挙人の数が多い有力な州に焦点をあてて考察する。さらにひとまとめにして扱う州の場合分けが各州の投票力にどのような影響を与えるかも考察する。

## 2 投票ゲーム

投票システムを協力ゲームとして表現する。まず投票者を  $1, 2, \dots, n$  とし、その集合  $\{1, 2, \dots, n\}$  を  $N$  で表す。この投票者をゲーム理論の用語を用いてプレイヤーと呼ぶこともある。また投票者のさまざまなグループ、つまり  $N$  の部分集合を提携と呼ぶ。空集合  $\phi$  も  $N$  の部分集合であるため、便宜的に提携のひとつと考える。提携のうち、議案などを通すことのできるものを勝利提携と呼んでその全体を  $W$  で表し、そうでないものを敗北提携と呼んでその全体を  $L$  で表す。投票ゲームでは、投票システムを投票者の集合  $N$  と勝利提携の集合  $W$  の組み  $(N, W)$  を用いて表す。

## 3 シャープレイ・シュービック指数

シャープレイ・シュービック指数では、提出された議案に対し、それに賛成する投票者がグループを作っていくときに、ある投票者が加わるによりそれまで投票に勝てなかった提携が勝てるようになるとき、その投票者は影響力を持つと考える。このときその投票者のことを、この定形形成のピボットと呼ぶ。投票者の総数が  $n$  であるなら

ば、このような提携形成の順列は  $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1$  通りある。これらの順列において各投票者がピボットとなる回数をもとに求められるものが、シャープレイ・シュービック指数である。投票者の集合を  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  とするとき、投票者  $i$  のシャープレイ・シュービック指数を  $\varphi_i$  とする。各投票者  $i = 1, 2, \dots, n$  のシャープレイ・シュービック指数を並べたベクトル

$$\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$$

を単にシャープレイ・シュービック指数と呼び、各投票者がピボットになった回数を  $n!$  で割ることで求められる。各順列においてピボットは必ず1人となるので、投票者全員のシャープレイ・シュービック指数は合計すると1となる。

## 4 バンザフ指数

各投票者が自らの投票を賛成から反対、もしくは反対から賛成に変えることにより、結果を可決から否決、もしくは否決から可決に変わる時に影響力をもつと考える。影響力をもつ投票者を、この賛成、もしくは反対の組み合わせにおけるスウィングと呼ぶ。投票者が  $n$  人いるとき、投票者全員の賛成、反対の組み合わせは全部で  $2^n$  通りある。この組み合わせのうち各投票者のスウィングとなる回数より求められるものが、その投票者のバンザフ指数である。投票者の集合を  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  とし、投票者  $i$  のバンザフ指数を  $\beta_i$  とする。そのベクトル

$$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$$

を単にバンザフ指数と呼ぶ。各賛成、反対の組み合わせにおいてスウィングとなる投票者は1人とは限らず、また、スウィングとなる投票者が存在しない組み合わせがある場合もある。

## 5 アメリカ大統領選挙

アメリカ大統領選挙の仕組みを簡単に説明する。まず初めに各党の大統領候補を決める。今回はこちらの決定については考慮しないので、説明は省く。その後本選挙が行われる。本研究ではこの本選挙を取り扱う。本選挙ではまず、有権者が各州ごとの選挙人を選んで投票する。この選挙人は元々どちらの党を支持しているかを表明している。そのため、投票する有権者は自分が支持している党のグループに投票することによって、間接的に支持する党に投票することとなる。また、その後各州ごとの選挙人の決定では、勝者独占方式が用いられる。勝者独占方式とは、その州で1票でも多く投票数を稼いだ政党が、その州のすべての選挙人の人数を独占できる、というものである。つま

り、獲得した投票数よりも獲得した選挙人の数の方が重要である [2].

## 6 分析方法

本研究では、単純にすべての州の投票力指数を測るのではなく、選挙人の少ない州はひとまとめにすることにより、各党がそのまとまりから獲得する選挙人を比率で場合分けし、その場合ごとに選挙人が多い州の投票力指数を測ることにする。各州の選挙人の数を表 1 に示す。選挙人が多い州とその州の選挙人の数をいくつか挙げると 2016 年の大統領選挙では、カリフォルニアが 55 人、テキサスが 38 人、ニューヨークとフロリダが 29 人、イリノイとペンシルベニアが 20 人、オハイオが 18 人である。選挙人の合計人数は 538 人で先ほど上げた 7 つの州うちニューヨークとペンシルベニアを除いた 5 つの州の選挙人の合計人数は 160 人である。残りの 378 人分の選挙人は一つの集合として扱い、各党がその集合から何人の選挙人を集めたかを場合分けして扱う。この場合分けにおいて、場合分けの時点で過半数を獲得していた場合 7 つの州の指数を測る必要がなくなってしまうため、場合分けの範囲は狭くする。また、扱う指数はプログラムを作るのが比較的容易なシャープレイ・シュービック指数を用いる。

表 1 各州の選挙人数

州名	選挙人数	州名	選挙人数
アラバマ	9	アラスカ	3
アリゾナ	11	アーカンソー	6
カリフォルニア	55	コロラド	9
コネティカット	7	デラウェア	3
フロリダ	29	ジョージア	16
ハワイ	4	アイダホ	4
イリノイ	20	インディアナ	11
アイオワ	6	カンザス	6
ケンタッキー	8	ルイジアナ	8
メイン	4	メリーランド	10
マサチューセッツ	11	ミンガン	16
ミネソタ	10	ミシシッピ	6
ミズーリ	10	モンタナ	3
ネブラスカ	5	ネバダ	6
ニューハンプシャー	4	ニュージャージー	14
ニューメキシコ	5	ニューヨーク	29
ノースカロライナ	15	ノースダコタ	3
オハイオ	18	オクラホマ	7
オレゴン	7	ペンシルベニア	20
ロードアイランド	4	サウスカロライナ	9
サウスダコタ	3	テネシー	11
テキサス	38	ユタ	6
バーモント	3	バージニア	13
ワシントン	12	ウェストバージニア	5
ウィスコンシン	10	ワイオミング	3
コロンビア特別区	3	合計	538

## 7 計算実験

抜粋した 5 つの州以外の州のうち、共和党に投票する選挙人（以下これを  $M$  と書く）の場合分けを 269 人から 129 人まで 10 人きざみにする。それぞれの集合に対して各州がピボットとなる回数をプログラムを用いて求め、その値を  $n!$  で割る。プログラミングでは、各州の選挙人

の数を入力し、そのすべての順列を列挙するものを作成した。そしてプログラムで列挙した結果をもとに、手計算でピボットを求めた。

計算を行った結果、各州のピボット回数は表 2 のような結果になった。ここで、CA (カリフォルニア), TX (テキサス), FL (フロリダ), IL (イリノイ), OH (オハイオ) である。

表 2 各州のピボット回数

$M$	CA	TX	FL	IL	OH	その他の州
269	24	24	24	24	24	600
259	24	24	24	24	24	600
249	48	48	48	12	12	552
239	48	48	48	12	12	552
229	92	32	32	8	8	548
219	104	64	20	20	20	492
209	104	64	20	20	20	492
199	168	75	50	50	50	327
189	168	75	50	50	50	327
179	204	84	64	24	24	320
169	252	108	36	36	36	252
159	252	108	36	36	36	252
149	155	155	126	126	0	158
139	155	155	126	126	0	158
129	155	155	126	126	0	158

## 8 考察とまとめ

計算実験の結果より、抜粋した 5 つの州以外の州で共和党の選挙人の人数  $M$  が多くなると、各州のピボット回数のばらつきが小さくなるのが観測される。一方、 $M$  が小さくなるにつれて、ピボット回数に大きな差が生じることが分かる。細かに見ていくと、場合によってピボット回数が同じになる州が見られる。具体的には、フロリダとイリノイとオハイオが同じ値をとる場合が多い。

5 つの州以外で共和党に投票する選挙人の数が減っていくに連れて、各州がピボットになる回数のばらつきは、目立たなくなってきている。このことより、集合としてまとめられた州の投票を得ることがとても重要であるということがわかる。その他の州の投票の多くを獲得する場合、選挙人の多い州の投票力が弱まるため、そのような結果になると考えられる。よって選挙人の数が多い州の影響力は総合的に見た場合重要であるといえる。

## 参考文献

- [1] 武藤滋夫・小野理恵：『投票システムのゲーム分析』日科技連、東京、1998
- [2] 『アメリカ大統領選挙の仕組みとは？わかりやすく解説！-ニュースと共に生きる』、<http://yahuhichi.com/archives/21.html>