

高速道路料金を考慮した交通量配分問題

2014SS090 渡邊良平

指導教員：福嶋雅夫

1 はじめに

道路網における交通の流れを数理モデルを用いて解析するための手段として、交通量配分問題と呼ばれる問題がある。この問題は交通ネットワーク上の利用者が利用する経路のフロー費用が最小になるように交通量を配分する問題である。本研究では一般道路と高速道路が存在する道路網のモデルに対して交通量配分問題を考える [1]。一般道路は複数の道路が交差するような交差点が存在し、信号機により交通の流れがコントロールされている。高速道路は自動車のみが利用できる道路であり、交差点がないため信号がなく一般道路よりも短時間で目的地に到達できるという利点があるが、利用するために一定の料金が課せられる。本研究では利用する経路の所要時間に加えて高速道路を利用する際に課せられる高速道路料金も費用として考慮した交通量配分問題 [2] を考える。

2 利用者均衡と相補性問題

道路網において出発地と目的地の組み合わせのことを OD ペアと呼び、OD ペア k の集合を K 、OD ペア k の経路の集合を P^k 、経路 $p \in P^k$ 上のフロー量を表すパスフロー変数を f_p^k とする。また、枝 e_l の集合を L 、枝 e_l 上を流れるフロー量を表すリンクフロー変数を x_l とする。パスフローとリンクフローの関係は、経路 $p \in P^k$ が枝 e_l を含むとき 1、含まないとき 0 となる定数 δ_{pl}^k を用いて次のように表される。

$$x_l = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} \delta_{pl}^k f_p^k \quad (l \in L)$$

これは枝 l のフロー量はその枝を通過する経路のフロー量の合計であることを表している。

本研究では、より現実に近いモデルにするため、リンクコスト関数をリンクフローのベクトル $\mathbf{x} = (x_l | l \in L)$ を用いて $c_l(\mathbf{x})$ で表し、ある枝のコストが他の枝の交通量にも依存すると考える。

交通量配分問題を考える際の基本的な概念として、ネットワーク利用者の経路選択について Wardrop が提唱した「利用される経路の旅行時間（フロー費用）はみな等しく、利用されない経路の旅行時間よりも小さいか、せいぜい等しい」という原則がある [3]。これは各々の利用者が自身の経路選択行動を最適化した結果到達する均衡状態を表すもので、利用者均衡条件とよばれる。ここで、リンクコスト関数 $c_l(\mathbf{x})$ から構成される各経路のコストを成分とするパスコストのベクトルを $C(\mathbf{f})$ と表し、各 OD ペア $k \in K$ に対する利用者均衡条件を混合相補性問題として次のよう

に表す。

$$\left. \begin{array}{l} f_p^k (C_p^k(\mathbf{f}) - \lambda_k) = 0 \\ f_p^k \geq 0, \quad C_p^k(\mathbf{f}) - \lambda_k \geq 0 \\ \sum_{p \in P^k} f_p^k = q^k \end{array} \right\} \quad (k \in K) \quad (1)$$

ここで \mathbf{f} はパスフロー f_p^k を成分とするベクトル、 C_p^k は経路 $p \in P^k$ のパスコスト、 λ_k は OD ペア k の最小コスト、 q^k は OD ペア k の経路を走行する自動車の台数（需要量）を表す。パスコスト C_p^k は、その経路が利用するリンクコストと w_k で重み付けされた経路 $p \in P^k$ の高速道路料金 h_p^k の和で、次のように表される。

$$C_p^k(\mathbf{f}) = \sum_{l \in L} \delta_{pl}^k c_l(\mathbf{x}) + w_k h_p^k$$

相補性問題を最適化問題へ変換するために、Fischer-Burmeister 関数 (FB 関数) と呼ばれる次の 2 変数関数を導入する [4]。

$$\varphi(a, b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2)$$

この関数は次の性質を持つ。

$$\varphi(a, b) = 0 \Leftrightarrow a \geq 0, b \geq 0, ab = 0 \quad (3)$$

したがって、この関数 φ を用いて混合相補性問題 (1) は次の連立方程式として表される。

$$\left. \begin{array}{l} \varphi(f_p^k, C_p^k(\mathbf{f}) - \lambda_k) = 0 \quad (p \in P^k) \\ \sum_{p \in P^k} f_p^k = q^k \end{array} \right\} \quad (k \in K) \quad (4)$$

さらに連立方程式 (4) から次の最適化問題を定義することができる。

$$\begin{aligned} \min & \quad \frac{1}{2} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} \varphi(f_p^k, C_p^k(\mathbf{f}) - \lambda_k)^2 \quad (5) \\ \text{s.t.} & \quad \sum_{p \in P^k} f_p^k = q^k \quad (k \in K) \end{aligned}$$

問題 (5) の目的関数は常に非負であり、最適解において目的関数の値が 0 であるなら、それは方程式 (4) の解、つまり混合相補性問題 (1) の解であることがわかる。

3 数値実験

数値実験は図 1 のネットワークを用いて行う。黒色の枝が一般道路、赤色の枝が高速道路リンクを表している。これは名古屋高速の環状線の部分とその周辺の国道を単純化したモデル [1] を一部変更したものである。節点 $1 \rightarrow 7, 2 \rightarrow 7$ をそれぞれ OD ペア 1, OD ペア 2 とする。高速道路を利用すれば高速道路料金は一律 700 かかるとし、パスコストにおける重みを $w = 1.0$ とする。このネットワークに

おける経路は OD ペア 1 には (e_1, e_3, e_6) , (e_1, e_8, e_4, e_6) , (e_1, e_9, e_5, e_6) , (e_1, e_9, e_{10}, e_6) の 4 つあり, それらのフロー量をそれぞれ $f_1^1, f_2^1, f_3^1, f_4^1$, OD ペア 2 には (e_2, e_4, e_6) , (e_2, e_7, e_3, e_6) , $(e_2, e_7, e_9, e_5, e_6)$, $(e_2, e_7, e_9, e_{10}, e_6)$ の 4 つあり, それらのフロー量をそれぞれ $f_1^2, f_2^2, f_3^2, f_4^2$ とする. 各枝 e_l に対して自由走行速度 t_l と交通容量 s_l , さらに OD ペア k に対して需要量 q^k を次のように設定する.

・枝の自由走行速度: $t_1 = t_2 = t_6 = t_{10} = 50$, $t_3 = t_4 = 70$, $t_5 = 20$, $t_7 = t_8 = 10$, $t_9 = 60$

・枝の交通容量: $s_1 = s_2 = s_7 = s_8 = 100$, $s_3 = s_4 = s_5 = 30$, $s_6 = 200$, $s_9 = s_{10} = 80$

・OD ペアの需要量: $q^1 = q^2 = 100$

枝 e_l のリンクコスト関数は次のように定義する.

$$c_l(x) = t_l \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{x_l}{s_l} \right)^\beta \right\} + \sum_{v \in L} d_{lv} x_v$$

第一項は BPR 関数を表し, 第二項は枝 e_l に対して他の枝の交通量 x_v が及ぼす影響を表す. ただし, d_{lv} は適当な定数である. 数値実験ではパラメータ α, β は $\alpha = 0.48, \beta = 2.82$ とした.

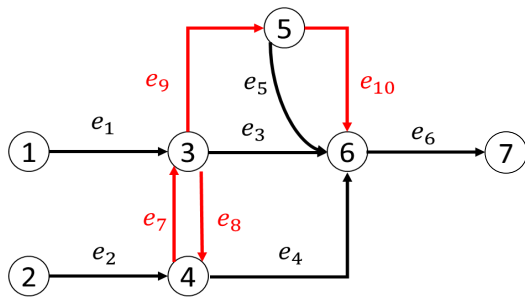


図 1 実験で使用するネットワーク

図 1 のネットワークを用いて道路網の状況を様々に変化させながら, 数値実験を行った. 問題 (5) に対して MATLAB の最適化ソルバーである fmincon を使用し, パスフロー変数 f_p^k , OD ペア k の最小コスト λ_k を求めた.

実験の流れとしては, 図 1 のモデルで枝 e_{10} が不在の場合に対して料金を考慮しない $w = 0$ から w の値を徐々に上げていった場合の交通量の変化を調べ, 次に枝 e_{10} を追加したモデルに対して同様の実験を行った. 最後に枝 e_3 のコスト関数を他の枝の交通量に依存したものとした場合に同様の実験を行い交通量の変化を調べた. 枝 e_3 のコスト関数において, 他の枝の交通量の影響を表す定数の値は $d_{31} = 1.0, d_{34} = 0.7, d_{35} = 0.5$ とした.

数値実験の結果, 新たな枝を追加すると, その枝が利用されることでその他の経路の交通量がそれぞれ減少し, 利用される経路の最小費用が小さくなるため, 全体として渋滞が緩和されることが確認できた. 次に高速道路料金が交通量に与える影響を調べた結果を表 1 に示す, 高速道路料金を設定すると, 高速道路を利用する経路の交通量が減り,

一般道路に交通量が集中した. 料金に関する重みを上げていくことでさらに高速道路の利用は減っていき最終的にはすべて一般道路を利用するようになった. さらに枝 e_3 のコストが他の枝の交通量に依存する場合の結果を見ると, 枝 e_3 を利用する経路の交通量が減っていることが分かる. 料金を考慮すると高速道路の利用が減るが, 傾向としては他の枝の交通量に依存しない場合とあまり変わらなかった. この実験を通して, 料金を考慮しない場合は所要時間が小さくなるよう経路選択をする利用者が, 料金を考慮すると料金がかかっても渋滞を避け高速道路を利用する経路選択行動がみられ, 最終的には渋滞していても料金がかからないほうが良いという利用者の心理も確認できた.

表 1 数値実験の結果

| w | 他のリンク依存なし | | | 他のリンク依存あり | | |
|-------------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|
| | 0 | 0.5 | 1.0 | 0 | 0.5 | 1.0 |
| f_1^1 | 26.4 | 72.2 | 88.7 | 12.8 | 59.7 | 80.5 |
| f_2^1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| f_3^1 | 31.8 | 22.2 | 11.3 | 24.4 | 23.7 | 19.5 |
| f_4^1 | 41.8 | 5.6 | 0 | 62.8 | 16.6 | 0 |
| f_1^2 | 47.7 | 72.9 | 89.2 | 54.6 | 73.4 | 89.4 |
| f_2^2 | 19.7 | 0 | 0 | 3.5 | 0 | 0 |
| f_3^2 | 17.6 | 22.8 | 10.8 | 29.5 | 21.5 | 10.6 |
| f_4^2 | 15.0 | 4.3 | 0 | 12.4 | 5.1 | 0 |
| λ_1 | 331.2 | 618.0 | 932.8 | 389.2 | 626.0 | 939.5 |
| λ_2 | 341.9 | 628.2 | 942.8 | 399.7 | 636.1 | 949.5 |

4 おわりに

数値実験において高速道路料金を設定したとき交通量が大きく変化したため, 適切な料金を設定することでネットワーク全体の渋滞の緩和に役に立つと考えられる. さらに他の枝の交通量に依存するリンクコスト関数を定義することで, より現実に近いモデルを考えることができたが, より複雑なモデルにした場合, 他の枝の交通量の影響を確かめることが困難であったため, ごく簡単なモデルでの実験にとどまってしまったことが課題として挙げられる.

参考文献

- [1] 杉山大悟 『高速道路を含む道路網における交通量配分問題』, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2016
- [2] 沼田一道, 野々峠裕文 『高速道路料金を考慮した交通量配分問題のモデルと解法』, 日本応用数学会論文誌, Vol.7, No.1, pp. 51-64, 1997
- [3] 土木学会 『交通ネットワークの均衡分析 -最新の理論と解法-』, 1998
- [4] 福島雅夫 『均衡モデル: 相補性問題への招待』, オペレーションズ リサーチ, Vol.41, pp.331-336, 1996