

# 半順序型の選好をもつ安定結婚問題に対するアルゴリズム

2014SS021 石川卓磨

指導教員：福嶋雅夫

## 1 はじめに

安定結婚問題とは、1962年にアメリカの数学者であるゲール (Gale) とシャープレイ (Shapley) によって提案された、選好順序を考慮して、安定という性質をもつマッチングを求める問題である。これは最適化問題ではないが、理論の奥深さとその応用性の高さから、多くの研究や現実問題への適用が盛んに行われている [1]。通常、安定結婚問題においての選好は全順序であり、各人が  $n$  個全ての要素に対して、同位がないように選好順序を決めている。しかし、現実問題において、このような選好順序を決めることが本当に可能であろうか。本研究では、半順序型の選好を許す安定結婚問題を考え、新しいマッチングのアルゴリズムを提案する。

## 2 安定結婚問題

安定結婚問題とは、 $n$  人ずつの男女が各自の選好順序を考慮しながら男女のペアを作り、安定マッチングを求める問題である。男女 1 人ずつの組をペアとよび、あるペアがマッチングに含まれるとき、ペアになる相手をパートナーとよぶ。ブロッキングペアとは、ある男女のペアがそれぞれ現在のペアのパートナーより互いを好んでいるとき、現在のパートナーを解消し、新しくペアを作ることによってマッチングを壊してしまうペアのことである。このようなブロッキングペアを持たないマッチングを安定マッチングとよぶ [2]。

## 3 Gale-Shapley アルゴリズム

安定結婚問題においての安定マッチングは、Gale-Shapley アルゴリズム (以後 G-S アルゴリズムとよぶ) を用いることで効率よく求めることができる。G-S アルゴリズムには男性から女性にプロポーズする場合と、女性から男性にプロポーズする場合の 2 通りが存在する。以下に述べるアルゴリズムは男性から女性にプロポーズする場合のものである。アルゴリズム中のプロポーズという言葉は、異性にペアになることを申し込むことを意味する。

[Step0]

(初期設定) 全員を独身とする。

[Step1]

独身男性が存在する限り、(1) から (4) を繰り返す。

(1) 独身男性を 1 人選ぶ。

(2)(1) で選ばれた男性がプロポーズしていない女性の中

で、選好順序が最も高い (好きな) 女性にプロポーズする。

(3)(2) でプロポーズされた女性が独身なら、女性はプロポーズを受け入れ男性と婚約する。

(4)(2) でプロポーズされた女性が婚約中なら、現在のパートナーの男性と、プロポーズされた男性の選好順序を比較し、婚約中のパートナーの選好順序が上なら女性はプロポーズを断る。プロポーズした男性の選好順序が上なら女性は婚約を解消し、プロポーズした男性と婚約する。

G-S アルゴリズムによって得られる結果は、プロポーズした側の希望がより反映された安定マッチングになりやすいという傾向にある [3][4]。また、選好は全順序でなければならぬ。

## 4 提案するアルゴリズム

この節では、半順序型の選好をもつ場合のアルゴリズムを提案する。半順序と全順序の違いは、比較不能な要素が存在するか、しないかである。

### 4.1 アルゴリズム 1(A1)

[Step0]

(初期設定) 全員を独身とする。

[Step1]

独身男性が存在する限り、(1) から (4) を繰り返す。

(1) 独身男性を 1 人選ぶ。

(2)(1) で選ばれた男性がプロポーズしていない女性の中で、その女性より選好順序が上の女性がないような女性を 1 人選んでプロポーズする。

(3)(2) でプロポーズされた女性が独身なら、女性はプロポーズを受け入れ男性と婚約する。

(4)(2) でプロポーズされた女性が婚約中なら、現在のパートナーの男性と、プロポーズされた男性の選好順序を比較し、婚約中のパートナーの選好順序が上、もしくは比較不能なら女性はプロポーズを断る。プロポーズした男性の選好順序が上なら女性は婚約を解消し、プロポーズした男性と婚約する。

### 4.2 アルゴリズム 2(A2)

[Step0]

(初期設定) 全員を独身とする。

[Step1]

独身男性が存在する限り, (1) から (4) を繰り返す。

(1) 独身男性を 1 人選ぶ。

(2)(1) で選ばれた男性がプロポーズしていない女性の中で, その女性より選好順序が上の女性がいらないような女性を 1 人選んでプロポーズする。

(3)(2) でプロポーズされた女性が独身なら, 女性はプロポーズを受け入れ男性と婚約する。

(4)(2) でプロポーズされた女性が婚約中なら, 現在のパートナーの男性と, プロポーズされた男性の選好順序を比較し, 婚約中のパートナーの選好順序が上なら女性はプロポーズを断る。プロポーズした男性の選好順序が上なら女性は婚約を解消し, プロポーズした男性と婚約する。選好順序が比較不能なら, 現在のパートナーとプロポーズされた男性の希望順位を比較し, 現在のパートナーの希望順位が上, もしくは同じなら女性はプロポーズを断る。プロポーズした男性の希望順位が上なら女性は婚約を解消し, プロポーズした男性と婚約する。

以上, 提案した 2 つのアルゴリズムは, G-S アルゴリズム [Step1] の (2) プロポーズする女性を修正し, (4) 比較不能の場合の処理を追加したものである。

## 5 計算実験

G-S アルゴリズムと提案した 2 つのアルゴリズムを用いて計算実験を行う。ただしこの実験では, プロポーズする側は男性, プロポーズを受ける側は女性とする。

### 5.1 実験方法

G-S アルゴリズムと提案した 2 つのアルゴリズムを用いて, まず, 男女 3 人ずつの選好順序を乱数によって 50 パターン作成し, マッチングを求める。その結果を男女それぞれ 1 人あたりの不満足度の平均の観点から評価し, 比較をする。不満足度は結ばれたパートナーが選好順序において, 上から何番目にいるかの値とする。そして, 男女の人数を 1 人ずつ増やしていき, それぞれで同じようにマッチングを求め, 比較をする。

### 5.2 実験結果

アルゴリズム 1 では, 男女 10 人で 7 問, マッチングが作成できず, 男女 10 人を越えるとマッチングがほとんど作成できなかった。アルゴリズム 2 もまた, 男女 9 人で 3 問, 男女 10 人で 19 問, それぞれマッチングが作成できず, 男女 10 人を越えるとマッチングがほとんど作成できなかったため, 男女 3 人から 10 人までの出力されたマッ

チングに対して, それぞれの結果を以下の表で示す。ただし, 不満足度は小数点第 1 位で四捨五入するものとする。

表 1 男性の不満足度の平均

人数	3	4	5	6	7	8	9	10
G-S	1.3	1.5	1.8	2.0	2.1	2.2	2.5	2.6
A1	1.0	1.4	1.4	1.5	1.6	1.6	1.7	1.8
A2	1.0	1.5	1.4	1.5	1.6	1.6	1.8	1.9

表 2 女性の不満足度の平均

人数	3	4	5	6	7	8	9	10
G-S	1.9	2.0	2.8	3.2	3.9	4.4	5.0	5.6
A1	1.4	1.9	1.8	1.9	2.1	2.3	2.4	2.7
A2	1.4	1.8	1.7	1.7	1.9	2.1	2.3	2.5

## 6 考察

表 1, 2 から, 提案した 2 つのアルゴリズムは, 半順序を許しているために, G-S アルゴリズムよりも不満足度は低くなり, 男女人数が増えれば増えるほど, 不満足度の差は大きくなっていく傾向にある。また, プロポーズした側に有利な結果になる点, さらに, 人数が増えれば, 不満足度が上がっていく点は G-S アルゴリズムとさほど変わらないことが読み取れる。ただ, アルゴリズム 2 を用いることで, プロポーズした側が有利になる不平等性を少し緩和できる傾向にあることがわかる。

## 7 まとめ

本研究では, 日常生活において現実的な, 半順序型の選好を許した安定結婚問題について, 2 つのアルゴリズムを提案した。2 つのアルゴリズムは G-S アルゴリズムに比べて, 男女の不満足度を下げることができ, プロポーズをした側に有利な結果となる不平等性も, アルゴリズム 2 で少し緩和することが可能であると分かった。ただ問題点として, 男女人数が多くなるほど, マッチングを作成しにくくなる点が存在することも分かった。

## 参考文献

- [1] 根本俊男, 安定結婚問題, 久保幹雄・田村明久・松井知己 (編) 応用数理計画ハンドブック, 14.2 節, 朝倉書店, 2002。
- [2] 大西彬史, 公平性を考慮した修正 Gale-Shapley アルゴリズム, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2017。
- [3] 石川結菜, 公平性を考慮した安定結婚問題に対するアルゴリズム, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2016。
- [4] 松井泰子・根本俊男・宇野毅明, 入門オペレーションズ・リサーチ, 第 10 章, 東海大学出版会, 2008。