

3 自由度磁気浮上モデリング

2014SC006 橋本 龍司

2014SC024 岩田 裕斗

指導教員： 陳 幹

1 はじめに

磁気浮上には将来を見据えて希望があり、様々な可能性が秘められている。例としてあげられるのは中央リニア新幹線である。リニア新幹線は地面との接触がないため摩擦によるエネルギーの消耗が少なく、従来の鉄道に比べ高速化が見込める。また、摩擦による熱や振動、騒音の発生を抑えられると言う利点がある。このように磁気浮上は我々の生活に今後大きく関わってくる可能性が十分に高い。南山大学にある従来の磁気浮上実験装置は垂直方向のみの制御であったが、今年導入された実験機は3次元での制御を可能としている。3次元の場合制御対象の動きがより現実に近づくため2次元の制御に比べ、より我々の生活に密接したセットアップで実験ができる期待が望まれる。

2 実験機の説明

ベースの中に4つのコイルがあり、円盤を水平方向に10mm以内で制御し安定浮上させることができる。また、フレーム上部に吸引用コイルが取り付けられており、電流の強弱で垂直方向にも動かすことができる。4つのコイルを囲むように吸引用のリング補助磁石が取り付けられている。直列につながれている2つのコイルの中心を通るようにx軸,y軸を設定しx軸,y軸の2つの軸に垂直となるようにz軸を設定した。ただし、リングの中心を原点とし3つの軸は原点で交わっている。実験機の概略図を図1、物理パラメータを表1に示す。

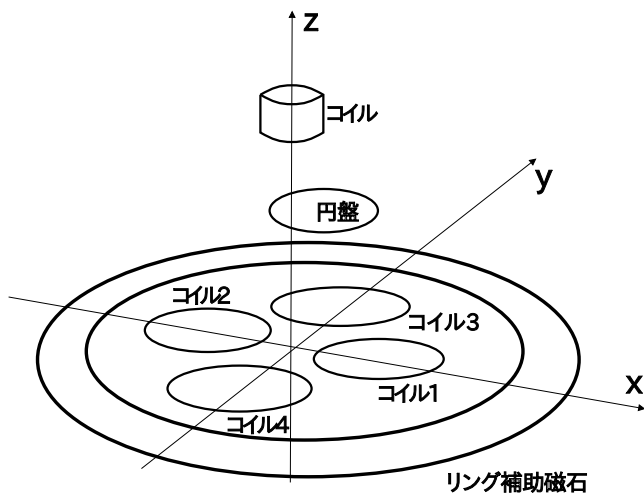


図1 概略図

	記号	値
真空の透磁率	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} [\text{H/m}]$
比透磁率 (空気中)	μ_r	$1.000000365 [\text{H/m}]$
透磁率	μ	$\mu_0 \times \mu_r [\text{H/m}]$
リング補助磁石の厚さ	l_r	10[mm]
リング補助磁石の内径	R_r	60[mm]
リング補助磁石の外径	D_r	100[mm]
円盤の体積	V	$25^2\pi \times 10 [\text{mm}^3]$
円盤の質量	M	$40 \times 10^{-3} [\text{kg}]$
原点からコイルの中心までの距離	l_c	25[mm]
コイルの半径	R_c	5[mm]
電圧抵抗	R_e	7.00[Ω]
インダクタンス	L_e	4.27[mH]

表1 パラメータ

3 リング補助磁石の必要性

リング補助磁石と円盤は吸引の関係であり、円盤が浮上するときには外乱として働く。そのためモデリングの過程でさらに複雑になるが、文献[1]より円盤を安定浮上させるのに必要であることがわかった。実際に必要性を検証するために、文献[1]を参考にして磁束密度を考慮した円盤の垂直方向の変位に対する発生する磁束と働く磁気力のグラフを出した。そのグラフを図2に示す。また、そのとき使用した式を(1)に示す。 z は円盤を垂直方向に動かしたときの原点からの変位とし、 B_z をリング補助磁石の磁束密度と定義する。円盤の磁荷の値は特定できなかったためおよその大きさ $m_d = 28 \times 10^{-3} [\text{wb}]$ で計算した。また、リング補助磁石(フェライト磁石)の残留磁束密度を $B_r = 0.4 [\text{T}]$ とする。

$$B_z = \frac{B_r}{2} \left[\left(\frac{z + l_r}{\sqrt{(z + l_r)^2 + D_r^2/4}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + D_r^2/4}} \right) - \left(\frac{z + l_r}{\sqrt{(z + l_r)^2 + R_r^2/4}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R_r^2/4}} \right) \right]$$

$$F = m_d V \frac{dB_z}{dz} \tag{1}$$

このときリング補助磁石の上面を $z = 0$ とした。図2より、円盤が $z = 0$ に近づけば反発の力が加わり、遠ざければ吸引に力が加わる。そのことよりリング補助磁石はダンパのような働きをしている。この円盤は4つのコイルの

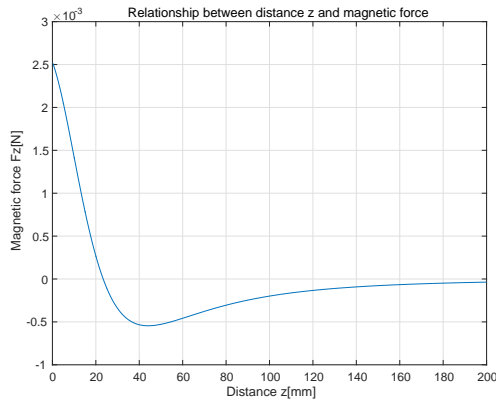


図2 リング補助磁石からz軸上に働く力

みで浮上させることが可能であるが、リング補助磁石が取り付けられていることによって上下方向への揺れを減衰させ、さらに安定に浮上させることができる。

4 リング補助磁石

リング補助磁石の中には複数の磁荷が存在する。しかし、理論的にリング補助磁石の内部の磁気双極子の磁気力は打ち消しあうため、リング補助磁石の上面と下面のみに磁荷が複数存在すると考えた。尚、円盤がx-z平面上を浮上していると考え、磁荷がリング補助磁石の上面、下面のみに磁荷が存在する場合は図3に示す。

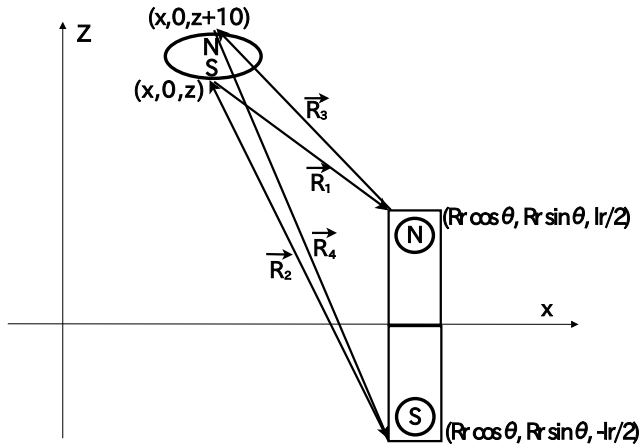


図3 磁石の上面、下面のみ

リング補助磁石の上面と下面にある2つの磁荷の座標は、 $(R_r \cos \theta, R_r \sin \theta, l_r/2)$, $(R_r \cos \theta, R_r \sin \theta, -l_r/2)$ と表すことができる。微小のリング補助磁石をリング1周分 $(0 - 2\pi)$ の区間で積分することで、リング全体を表すことができる。x, y, z 成分の磁気力はそれぞれ単位ベクトルを用いて以下のように表せる [2][3]。

$$\vec{F}_n = \int_0^{2\pi} \frac{m_d \rho R_r \vec{R}_n}{4\pi\mu |\vec{R}_n|^3} d\theta \quad (2)$$

(ρ はリング補助磁石の磁荷密度)

よって、双極子を考慮するリング補助磁石から円盤に働く

磁気力は

$$\vec{F} = \sum_{n=1}^4 \vec{F}_n \quad (3)$$

円盤がx-z平面軸上にあるとき、リング補助磁石の上面、下面に磁荷が存在する場合のグラフを図4に示す。また、円盤の磁荷、リング補助磁石の磁荷、リング補助磁石の磁荷密度は特定出来なかったためおよその大きさと計算した。それぞれ $m_d = 28 \times 10^{-3} [\text{wb}]$, $\rho = 6 \times 10^{-6}$ とする。

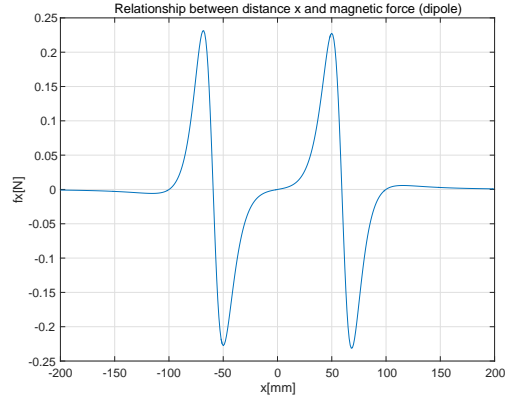


図4 リング補助磁石グラフ

5 電磁石 (磁気モーメント)

磁気モーメントを用いることで、電磁石が円盤に加える磁気力を導出する。参考にするコイルの図を図5に示す [3][4]。

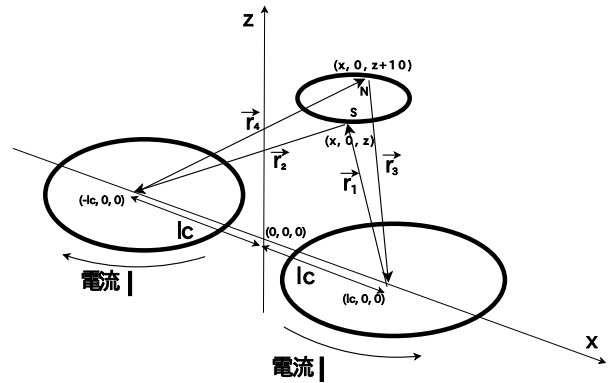


図5 コイル

円盤と電磁石に働く磁気力を導出する。尚、磁気双極子のS極からN極に向かう磁気モーメントを $\vec{m}_c = (0, 0, \mu IS)$ と置く。Sは電磁石の面積、Iは電流である。円盤の磁荷を m_d とする。電磁石を1対の双極子と考え、その座標を $(l_c, 0, 0)$, $(-l_c, 0, 0)$ とする。

$$\vec{F}_n = -\frac{m_d}{4\pi\mu} \left(\frac{\vec{m}_c}{|\vec{r}_n|^3} - \frac{3(\vec{m}_c \cdot \vec{r}_n)\vec{r}_n}{|\vec{r}_n|^5} \right) \quad (4)$$

x 軸上にある 2 つの電磁石から円盤に働く磁気力は

$$\vec{F} = \sum_{n=1}^4 \vec{F}_n \quad (5)$$

6 電磁石 (ビオ・サバルの法則)

浮上させたい円盤は x-z 平面上を動くものとし磁気力を出した. コイルの概略図を図 6 に示す.

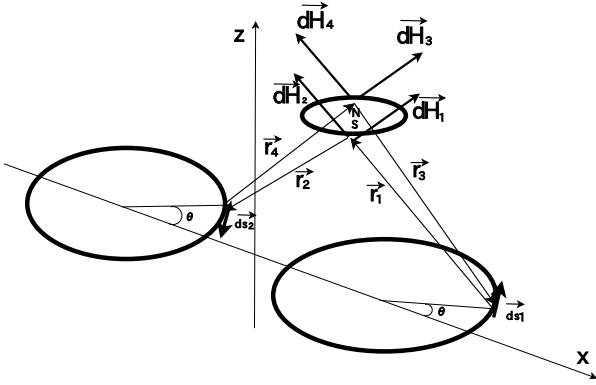


図 6 コイル図

流れている電流の位置と円盤までのベクトルを以下に示す. ただし, r_1 と r_2 はそれぞれ円盤から見て反発と吸引である.

$$\vec{r}_1 = (x - l_c - R_c \cos \phi, -R_c \sin \phi, z)$$

$$\vec{r}_2 = (l_c + R_c \cos \phi - x, R_c \sin \phi, -z)$$

$$\vec{r}_3 = (l_c + R_c \cos \theta - x, R_c \sin \theta, -z - 10)$$

$$\vec{r}_4 = (x + l_c - R_c \cos \theta, -R_c \sin \theta, z + 10)$$

流れている微小の電流のベクトルを以下に示す.

$$d\vec{s}_1 = (R_c \cos(\theta + h) - R_c \cos \theta, R_c \sin(\theta + h) - R_c \sin \theta, 0)$$

$$d\vec{s}_2 = -(R_c \cos(\theta + h) - R_c \cos \theta, R_c \sin(\theta + h) - R_c \sin \theta, 0)$$

円盤が x-z 平面上を浮上しているとき, x 軸の正, 負に位置する電磁石から円盤に働く磁気力をそれぞれ \vec{F}_1, \vec{F}_2 に示す.

$$\vec{F}_n = \int_0^{2\pi} \frac{m_d I d\vec{s}_n \times \vec{r}_n}{4\pi |\vec{r}_n|^3} d\phi \quad (6)$$

x 軸上にある 2 つのコイルから円盤に働く磁気力は

$$\vec{F} = \sum_{n=1}^2 \vec{F}_n \quad (7)$$

7 比較

磁気モーメント, ビオ・サバルの法則から導出した x 成分の磁気力をグラフに表し, 導出した式の妥当性を検証する. 浮上している円盤の距離が 20mm のとき電磁石から円盤に加わる x 成分の磁気力のグラフを図 7 に示す. 円盤の磁荷, リング補助磁石の磁荷, リング補助磁石の磁荷密度は特定出来なかったためおよその大きさで計算した. それぞれ $m_d = 28 \times 10^{-3} [\text{wb}], m_r = 6 \times 10^{-5} [\text{wb}], \rho = 6 \times 10^{-6}$ とする.

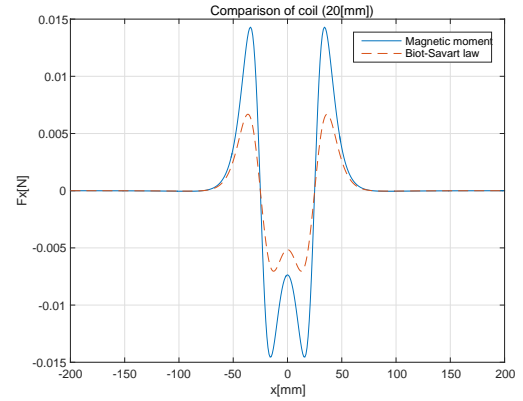


図 7 電磁石の磁気力比較グラフ

図 7 において, x 軸正の方向に吸引されているときを正, 負の方向に吸引されているときを負とする. $x = \pm 25 [\text{mm}]$ 付近において, 符号が反転していて, 浮上している円盤を電磁石に近づければ磁気力のオーダも大きくなるため我々は妥当なグラフであると判断した. 浮上している円盤の高さが 20 [mm] のグラフにおいて $x = 0$ 付近で凹みが見られる. その凹みは $x = 0$ の地点の磁気力に比べて微小に円盤を水平方向に動かしたときの磁気力が大きくなるためこの現象が発生する.

8 電圧

この実験機の入力は電圧である. そのため電磁石から円盤に働く磁気力の式において電流を電圧に変換する必要がある. この実験機に搭載されているコイルは直列の LR 回路であるため電流と電圧の式は以下である.

$$V_{(x)} = L \frac{d}{dx} I_{(x)} + RI_{(x)} \quad (8)$$

9 状態空間表現

磁気モーメントを考慮した場合とビオ・サバルの法則を用いた場合の 2 通りの状態空間表現をたてた. ただし, ビオ・サバルの法則から求めた磁気力は非積分関数を区分求積法で回して出したグラフから読み取った式を用いた.

< リング補助磁石 >

リング補助磁石の式は積分が不可能であったため, 非積分

関数を区分求積法を用いてグラフに表し、磁気力を求める。我々が制御を行おうとしている円盤の水平方向の範囲は10[mm]以内であるため、10[mm]以内の磁気力を調べることで磁気力を求める図4の±10[mm]の部分に重なるように1次関数の式を求めた。求めた式を以下に示す。

$$f_{(x)} = -0.31 \times 10^{-3}x \quad (9)$$

リング補助磁石は対照的な形状であるため、y-z平面上で浮上しているときのy成分の磁気力の導出方法はx-z平面上を浮上しているときと同等になる。

<コイル(ビオ・サバルの法則)>

式の導出を簡略化させるために、このときの電流 $I_{(x)}$ を1[A]としてxの変位10[mm]以内の部分におけるビオ・サバルの法則から求めた磁気力をグラフに表した。そのグラフの波形に近づくように式を導出した。導出した式を以下に示す。

$$Fc_{(x)} = -(0.017 \times 10^{-3}x^2 + 10.831 \times 10^{-3})I_{(x)} \quad (10)$$

4つのコイルは原点を対象として設置されているため、y-z平面上を浮上しているときのy成分の磁気力の導出方法はx-z平面上を浮上しているときと同等になる。

状態空間表現を以下に示す。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ x \\ y \\ I_x \\ I_y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ x \\ y \\ I_x \\ I_y \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} V_{(x)} \\ V_{(y)} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g/M & 0 & h_x/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g/M & 0 & h_y/M \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_e/L_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_e/L_e \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/L_e & 0 \\ 0 & -1/L_e \end{bmatrix}$$

$$g = 0.31 \times 10^{-3}$$

$$h_x = (-0.021 \times 10^{-3}x^2 - 5.14894 \times 10^{-3})$$

$$h_y = (-0.021 \times 10^{-3}y^2 - 5.14894 \times 10^{-3})$$

<コイル(磁気モーメント)>

次に磁気双極子を考慮し求めたコイルを用いた状態空間表現を求める。x-z平面上を浮上しているとき円盤に働く磁気力はx成分のみと考える。

y-z平面上を浮上しているときの円盤に働く磁気力の導出方法はx-z平面上を浮上しているときと同等になる。

状態空間表現は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ x \\ y \\ I_x \\ I_y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ x \\ y \\ I_x \\ I_y \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} V_{(x)} \\ V_{(y)} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g/M & 0 & h_x/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g/M & 0 & h_y/M \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_e/L_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_e/L_e \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/L_e & 0 \\ 0 & -1/L_e \end{bmatrix}$$

$$g = 0.31 \times 10^{-3}$$

$$h_x = \sum_{n=1}^4 \overrightarrow{Fm_n} \text{ (x成分)}$$

$$h_y = \sum_{n=1}^4 \overrightarrow{Fm_n} \text{ (y成分)}$$

10 おわりに

我々は今回の研究において導出した磁気力の式が妥当かどうかグラフに表すことで妥当性を検証した。また、導出した磁気力の式は積分することができず、MATLABで非積分関数を区分求積法を用いて解析的に積分し、グラフを出した。グラフより、磁気力を求め状態空間表現をたてた。

参考文献

- [1] 二村 宗男, 進藤 諒, リング補助磁石を併用した超電導磁気浮上の安定向上, 日本機械学会論文集 V01 82, No.839, 2016
- [2] マクスウェル方程式, 古典屋 トランジスタ入門, 2017年7月19日 アクセス, URL:<http://www.maroon.dti.ne.jp/koten-kairo/works/transistor/Section2/momenum2.html>
- [3] 山崎 勝義, 磁気モーメントとg値, 2013
- [4] 吉村 哲, 4極磁気浮上装置の計算トルク法に基づく制御に関する研究, 三重大学大学院工学研究科博士前期課程機械工学専攻メカトロニクス研究室 修士論文, 2010