

# バックラッシュが存在するベルト駆動のスライディングモード制御

2013SE225 辻 啓太

指導教員：陳 幹

## 1 はじめに

制御対象であるベルト駆動は、ベルトコンベアなどの工作機械、また自動車におけるトランスミッション手法の一つである CVT などに用いられている。ベルト駆動は、DC モータによって連結されたドライブプリーが回転し、そのドライブプリーの回転によってアイドルプリーが回転し、アイドルプリーの回転によってロードプリーが回転するといった仕組みを持つ。この実験機に対してバックラッシュを外乱として考慮して、ドライブプリーのロバスト性を保証するために、スライディングモード制御を用いた。スライディングモード制御は、状態を切換面に拘束するという斬新さや、不確かさを含む系に対する優れたロバスト性が大きな魅力となっている [1]。本研究では、[2] を参考にバックラッシュの存在するベルト駆動に対して、スライディングモード制御を行った。

## 2 モデリング

制御対象であるベルト駆動のモデルを図 2 に示す。ベルト駆動の各名称と物理パラメータを表 1 に示す。

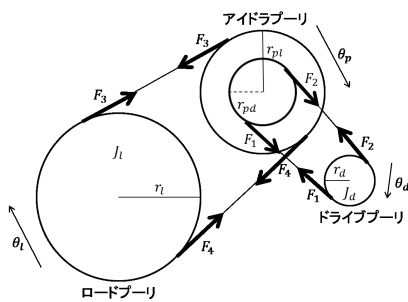


図 1 ベルト駆動モデル

表 1 ベルト駆動物理パラメータ

名称	値	単位
ロードプリーの半径	$r_l = 6.0 \times 10^{-2}$	[m]
アイドルプリーがドライブプリーを回転させる半径	$r_{pd} = 2.0 \times 10^{-2}$	[m]
アイドルプリーがロードプリーを回転させる半径	$r_{pl} = 3.0 \times 10^{-2}$	[m]
ドライブプリーの回転半径	$r_d = 1.0 \times 10^{-2}$	[m]
ドライブプリーの慣性モーメント	$J_d = 4.0 \times 10^{-4}$	[kgm <sup>2</sup> ]
アイドルプリーの慣性モーメント	$J_p = 3.751 \times 10^{-5}$	[kgm <sup>2</sup> ]
ロードプリーの慣性モーメント	$J_l = 6.5 \times 10^{-3}$	[kgm <sup>2</sup> ]
ベルトのはね定数	$k_{pl} = 1000$	[N/m]
ドライブプリー粘性摩擦係数	$c_d = 2.0 \times 10^{-3}$	[Ns/rad]
ロードプリーの粘性摩擦係数	$c_l = 3.8 \times 10^{-2}$	[Ns/rad]
ドライブプリーとロードプリーとのギア比	$gr = 4$	[-]
入力トルク	$\tau$	[Nm]

ドライブプリーの角度を  $\theta_d$ [rad]、アイドルプリーの角度を  $\theta_p$ [rad]、ロードプリーの角度を  $\theta_l$ [rad] とする。  $F_1$ 、 $F_2$  はドライブプリーとアイドルプリー間で働く二つの力、 $F_3$ 、 $F_4$  はロードプリーとアイドルプリーの間で働く二つの力である。

ドライブプリーの運動方程式は

$$J_d \ddot{\theta}_d = \tau + (F_1 - F_2)r_d - c_d \dot{\theta}_d \quad (1)$$

アイドルプリーの運動方程式は

$$J_p \ddot{\theta}_p = (F_2 - F_1)r_{pd} + (F_4 - F_3)r_{pl} \quad (2)$$

ロードプリーの運動方程式は

$$J_l \ddot{\theta}_l = (F_3 - F_4)r_l - c_l \dot{\theta}_l \quad (3)$$

となる。

式 (1) と式 (2) と式 (3) から計算してドライブプリーは

$$\tau = J_d^* \ddot{\theta}_d + c_d \dot{\theta}_d + g_r^{-2} k \theta_d - g_r^{-1} k \theta_l \quad (4)$$

$$0 = J_l \ddot{\theta}_l + c_l \dot{\theta}_l + k \theta_l - g_r^{-1} k \theta_d \quad (5)$$

となる。

ここで

$$k \triangleq 2k_{pl}r_l^2 \quad (6)$$

$$J_d^* \triangleq J_d + g_r^{-2} J_p \quad (7)$$

とする。

### 2.1 デッドゾーンモデル

バックラッシュとは歯車がお互い噛み合う際にできる隙間の部分である。それによりトルクの伝達分遅れが生じる [3]。

$$d_a = \begin{cases} -\alpha & (gr_{dt}^{-1}\theta_d - \theta_l > \alpha) \\ -gr_{dt}^{-1}\theta_d + \theta_l & (|gr_{dt}^{-1}\theta_d - \theta_l| < \alpha) \\ +\alpha & (gr_{dt}^{-1}\theta_d - \theta_l < -\alpha) \end{cases} \quad (8)$$

ここで  $\alpha$  はバックラッシュの角度である。(8) より、以下の運動方程式が得られる。

$$\tau = J_d^* \ddot{\theta}_d + c_d \dot{\theta}_d + g_r^{-2} k \theta_d - g_r^{-1} k \theta_l + k g_r^{-1} d_a \quad (9)$$

$$0 = J_l \ddot{\theta}_l + c_l \dot{\theta}_l + k \theta_l - g_r^{-1} k \theta_d - k d_a \quad (10)$$

## 2.2 状態空間表現

ここで本研究で目的である出力を目標値に偏差なく追従させるためのサーボ系の導出をするために、目標値  $r$  と制御量  $\theta_l$  との差の積分値  $z$  を新たな状態変数として加え拡大偏差を導出した。状態変数と入力と外乱は、

$$x = \begin{bmatrix} z \\ \theta_d \\ \dot{\theta}_d \\ \theta_l \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix}, u = \tau, w = d_a \quad (11)$$

これより状態空間表現は、

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u + Q_p r \\ y = Cx \end{cases} \quad (12)$$

となる。

## 3 スライディングモード制御

ここでスライディングモード制御のシステムは、

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u + Q_p r \\ \sigma = Sx \end{cases} \quad (13)$$

のように表現できる [1]。

### 3.1 切換超平面の設計

切換超平面とは、システムの状態を位相平面上で考えられた時に、その挙動を拘束し安定化させる役割を果たす [1]。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ \sigma = Sx \end{cases} \quad (14)$$

に対して設計を行う。補助変数を

$$v = x_2 + Q_{22}^{-1}Q_{12}^T x_1 \quad (15)$$

と設定すると、評価関数は

$$J = \int_{t_s}^t (x_1^T Q_{11}^* x_1 + v^T Q_{22} v) dt \quad (16)$$

$J$  を最小にする解は切換行列  $S$  を計するために任意の  $Q > 0$  を与えて、以下のリッカチ方程式を解くことによって  $P$  を導出し、

$$v = -Q_{22}^{-1}A_{12}^T P x_1 \quad (17)$$

と与えられる。これより

$$\sigma = [S_1 \quad S_2] x \quad (18)$$

であり、

$$S = [A_{12}^T P + Q_{12}^T, Q_{22}] \quad (19)$$

としてスライディングモードを生じさせると、 $J$  を最小にする制御系を構成することができる。

## 3.2 スライディングモード制御系の設計

ここで線形入力を  $u_l = -(SB)^{-1}(SAx + SQ_p r)$ 、非線形制御入力を  $u_{nl} = -K(SB)^{-1} \frac{\sigma}{\|\sigma\|}$  とすると最終スライディングモード制御法の制御入力は

$$u = u_l + u_{nl} \quad (20)$$

となる。スライディングモードの存在条件をみるために、 $\sigma_i$  に関するリアプノフ関数を

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (21)$$

として、 $\dot{V}$  が負定関数となれば、 $\sigma \rightarrow 0$  が保証される。

## 4 シミュレーションと実験結果の比較

スライディングモード制御を適用し、ロードプーリの角度の目標値を  $\frac{\pi}{2}$  [rad] に設定し、バックラッシュの角度を  $0.021$  [rad] に設定してシミュレーションと実験を行った。

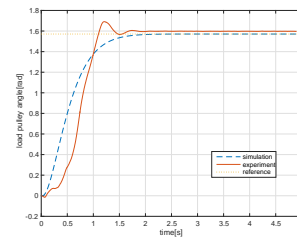


図2 ロードプーリの角度

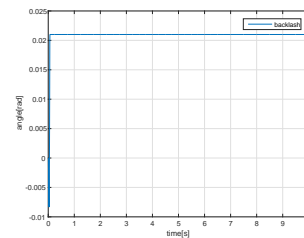


図3 バックラッシュの角度

ハイゲインのためオーバーシュートしてしまい、追従する値にズレが生じた。

## 参考文献

- [1] 野波 健蔵, 田 宏奇, “スライディングモード制御-非線形ロバスト制御の設計理論”, コロナ社, 1994.
- [2] 吉川響太郎 大橋昌平, ベルト駆動の目標値追従形スライディングモード制御, 南山大学情報理工学部システム創成工学科卒業論文, 2017.
- [3] 吉田 賢司, バックラッシュを考慮したベルト駆動の  $H_\infty$  制御, 南山大学情報理工学部システム創成工学科卒業論文, 2017