

# 解の保守性を考慮した $H_2$ 性能を満たす Anti-lock Brake System のロバスト制御器設計 —線形カルマンフィルタ, システム同定による摩擦係数での検証—

2013SE220 栃木秀昭

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

ABS は自動車の急ブレーキ時に作動するタイヤのロックを防ぐ制御装置である。先行研究では車体速度と車輪速度で定義されるスリップ率が約 0.2 付近の時、自動車の制動力、コーナリングフォースが両者とも強く働くとされている。[?] よって本研究ではスリップ率を 0.2 に収束させ、オーバーシュートを抑えるために評価出力に微分項  $\dot{\lambda}$  を加えた  $H_2$  制御により収束させることを目標とする。またアフィンにするために行ったディスクリプタ表現, LFT によって高まる保守性に対してパラメータ依存の Lyapunov 行列を考えることによって解空間を広げ, ロバスト性を保証した単一のコントローラ  $K_d = Y_d X_d(\theta)^{-1}$  を設計する。

## 2 モデリング

### 2.1 制御対象

制御対象として INTECO 社の ABS 実験装置を用いる。

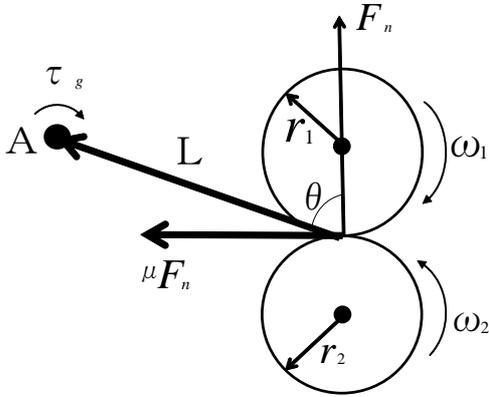


図1 ABS 実験機の簡略モデル

### 2.2 スリップ率モデル

第一原理モデリングであるニュートンの運動方程式やスリップ率の定義によりスリップ率の微分方程式を導出する。ABS のダイナミクスは非線形性がとても強いシステムである。そこで LMI 適用のためにテイラー展開による平衡点  $(\lambda^*, \tau_1^*)$  まわりの一次の項までの展開により線形近似を行う。[?] 微分方程式を線形近似したスリップ率を以下に示す。

$$\dot{\lambda} = \left( \frac{c_1 s(\mu) + c_2}{c_3 s(\mu) + c_4} \right) \frac{(\lambda - \lambda^*)}{\omega_2} + (c_5 s(\mu) + c_6) \frac{(\tau_1 - \tau_1^*)}{\omega_2}$$

$$\begin{aligned} c_1 &= -r_1 r_2^2 J_1 \tau_g s(\mu) \\ c_2 &= \{r_1^3 J_2 \tau_g + r_1 r_2^2 J_1 \tau_g (1 - \lambda^*)\} \dot{s}(\mu) \\ c_3 &= r_1^2 r_2 J_1 J_2 + r_2^3 J_1^2 (1 - \lambda^*) \\ c_4 &= -r_1 r_2 J_1 J_2 \\ c_5 &= \frac{-r_1^2}{r_2 J_1} + \frac{-r_2 (1 - \lambda^*)}{J_2} \\ c_6 &= \frac{r_1}{r_2 J_1} \\ s(\mu) &= \frac{\mu(\lambda)}{L(\sin \theta - \mu(\lambda) \cos \theta)} \end{aligned}$$

## 3 制御器設計

### 3.1 アフィン系への変換

導出した微分方程式から目標値追従のために偏差の積分を加えた拡大系として状態空間表現を導出したが, 状態空間表現のすべての係数行列に変動パラメータである車体速度  $\omega_2$ , 摩擦係数に関する関数  $s(\mu)$  が存在し, この変動パラメータの重積も存在する。よって変動パラメータを局所化するために状態空間表現をディスクリプタ表現に変換し, 線形分数変換 (LFT) によって重積をなくしたアフィンなシステムにする。ディスクリプタ変数を  $x_d(t) = \left[ \int (\lambda - \lambda^*) dt \quad \lambda - \lambda^* \quad \dot{\lambda} \quad \tau_1 - \tau_1^* \quad Z_\delta \right]^T$  とすると, 以下のシステムになる。

$$\begin{aligned} E_d \dot{x}_d(t) &= A_d x_d(t) + B_d u(t) \\ E_d &= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_d = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T \\ A_d &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -c_4 \omega_2 & (c_3 c_6 + c_4 c_5) s(\mu) + c_4 c_6 & s(\mu) \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & c_1 & -c_3 \omega_2 & c_3 c_5 s(\mu) & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### 3.2 解の保守性を低減する

変動パラメータに対してアフィンな形にするためにシステムを拡大したが LFT を行い, ディスクリプタ表現にした時の解の保守性が元の状態空間表現の時のものと比べて高くなっている可能性がある。この解の保守性を低減させるために加えた冗長変数に対応する決定変数に対して, パラメータ依存させた Lyapunov 行列を用いる。

$$\begin{aligned} X_d(\theta) &= \begin{bmatrix} X & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) \end{bmatrix} \\ &= X_{d0} + \theta_1 X_{d1} + \theta_2 X_{d2} \\ &= \begin{bmatrix} X & 0 \\ X_\alpha & X_\beta \end{bmatrix} + \omega_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ X_\gamma & X_\delta \end{bmatrix} + s(\mu) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ X_\epsilon & X_\zeta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

このように定義することで、解空間が広がり、解の探索範囲が広がる。 $\omega_2$  は時間に依存する時変パラメータであるが、 $s(\mu)$  は路面に依存するものであり、時間変化がない時不変のパラメータである。

### 3.3 ロバスト制御

本研究では変動パラメータを扱う際に有効とされる行列ポリトープ表現によって、車体速度、摩擦係数に対してロバスト性を保証する。

$$\begin{matrix} A_{d1}(\omega_{2min}, s(\mu)_{min}) & A_{d2}(\omega_{2max}, s(\mu)_{min}) \\ A_{d3}(\omega_{2min}, s(\mu)_{max}) & A_{d4}(\omega_{2max}, s(\mu)_{max}) \end{matrix}$$

### 3.4 LMI 定式化

$H_2$  性能を満たし、ロバスト性を保証し、かつ解の保守性を低減させる安定化問題を LMI に帰着し、 $\gamma_2$  を最小化する LMI を解くことによって状態フィードバックゲイン  $K = YX^{-1}$  を導出する。状態フィードバックゲイン  $K$  を導出する LMI 条件は以下のようになる。

$$\begin{aligned} X &> 0 \\ \begin{bmatrix} He\{A_{dp}X_{dp}(\Theta) + B_dY_d\} & (C_dX_{dp}(\Theta) + D_dY_d)^T \\ (C_dX_{dp}(\Theta) + D_dY_d) & -I \end{bmatrix} &< 0 \\ \begin{bmatrix} W & B_\omega^T \\ B_\omega & X \end{bmatrix} &> 0 \\ \gamma_2^2 - \text{trace}(W) &> 0 \\ (p = 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

## 4 摩擦係数の推定

シミュレーションと実験を比較するために摩擦係数を推定する。本研究では線形カルマンフィルタ、システム同定の2種のアプローチにより摩擦係数の推定を行った。

$$\begin{bmatrix} V_2[k+1] \\ \mu[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{F_n r_2^2 h}{J_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2[k] \\ \mu[k] \end{bmatrix}$$

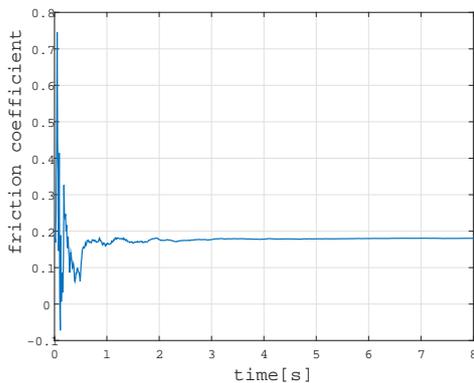


図2 線形カルマンフィルタによる摩擦係数

## 5 シミュレーション, 実験

シミュレーションにより本研究で提案した手法の有用性を確認し、実験によって理論の検証を行った。シミュレーション, 実験結果を図??,??に示す。

表1  $\gamma_2$  による制御性能の比較

	従来法	提案法	ゲインスケジューリング
$\gamma_2$	110.23	109.01	101.49

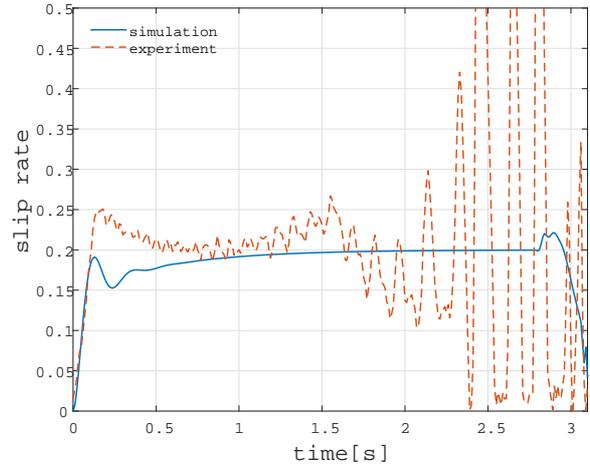


図3 スリップ率

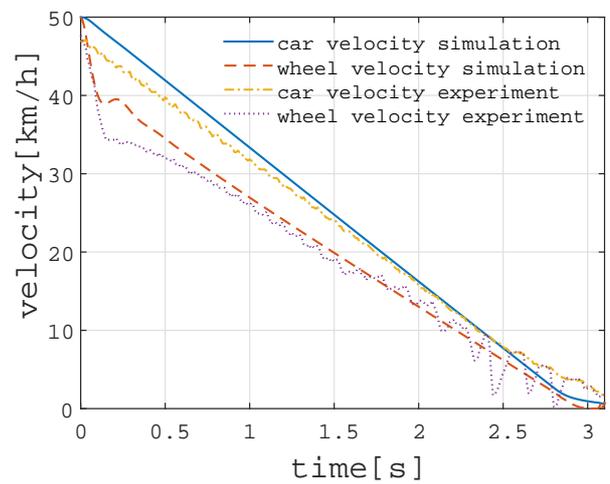


図4 車体速度, 車輪速度

## 6 本研究の成果, 今後の課題

評価出力に  $\lambda$  を加えることによってオーバーシュートが抑制されていること、パラメータ依存の Lyapunov 行列により解の保守性が低減されていることをシミュレーションで確認することができた。実験結果との比較によりブレーキトルクのシステム同定、パデ近似等の別のアプローチによって近似誤差を低減し、シミュレーションの精度を上げることが必要であると考えられる。

### 参考文献

- [1] Idar Petersen, Tor A. Johansen, Jens Kalkkuhl and Jens Ludemann: Wheel Slip Control in ABS Brakes Using Gain Scheduled Constrained LQR, Proc. European Contr. Conf., Porto, pp606-611.