

3D プリンターによる錯視立体の作製

—自由投影法—

2013SE021 後藤 麻亜子

指導教員：杉浦洋

1 はじめに

本研究では、杉原 [1] の遠近反転法、遠近不等式を用いた設計法と Ambiguous Cylinders[2] と呼ばれる作品の設計法の 2 つの方法を研究、考察し、実際に紙細工や 3D プリンターを用いて作製した。

3D プリンターを使用すれば自由な曲面が精度よく造形できるため、その特性を利用して部品ごと、面ごとに投影のパラメーターを変化させて作品を作製していくことができる。

投影法

2 自由投影法

空間に置かれた視点 e と点 $a \neq e$ について、視線 ea 上の点

$$a' = e + \lambda(a - e) \quad (\lambda > 0) \quad (1)$$

は視点 e からは点 a と同じに見える。 $\lambda > 0$ は任意であり、点 a の関数として自由に設定できる。図 1 で、 $a' = a_1, a_2$ は異なる λ による点である。これらは、視点 e からは a と同じに見える。これを自由投影法と呼ぶ。

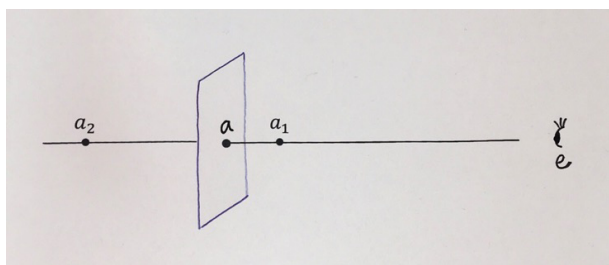


図 1 視線上の自由投影

自由投影法により 2 種類の作品を作製した。1 つ目は 1 つの視点から眺める作品で、特定の角度から見るとパラソルに見え、その他の角度から見ると不定形に見える。この作品を紙細工で作製した。2 つ目は 2 つの視点から楽しむ変形小鉢で、第一の視点からは丸小鉢に見え、第二の視点からは六角小鉢に見える。この作品は 3D プリンターで出力した。

3 変形パラソル

自由投影法の原理を利用して視点 e から見て曲線 C に見える曲線 $F \neq C$ を作ることができる。

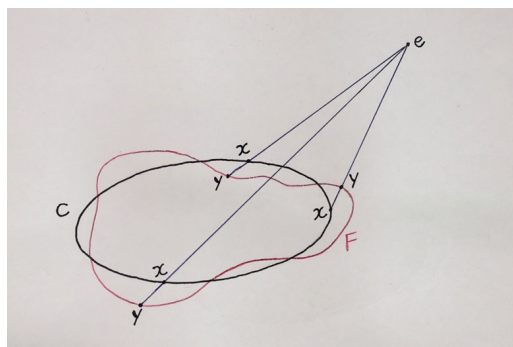


図 2 視点 e と視線 ea

C のパラメータ表示を

$$C : \mathbf{x} = \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R} \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (2)$$

とする。ぶれ関数

$$\lambda(t) \in \mathbb{R} \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (3)$$

$$\lambda(t) > 0 \quad (4)$$

を導入し、曲線 F のパラメータ表示を

$$F : \mathbf{y}(t) = \mathbf{e} + \lambda(t)(\mathbf{x}(t) - \mathbf{e}) \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (5)$$

とする。自由投影法の原理により、視点 e から見て、曲線 F は曲線 C に見える。例として、Mathematica で展開図を作成し紙細工でパラソルを作製した。

まず計算機上にまともなパラソルを多面体を組み合わせで作る。

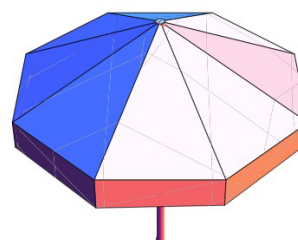


図 3 指定した視点から見た変形パラソル

次に外縁の円周上の 8 点を自由投影法 (5) によって変換する。それに柄を付け、面を張り傘型を作り、垂れを付けてパラソルとする。このように作製したパラソルは視点を変えるとパラソルとはかけ離れた形に見える。

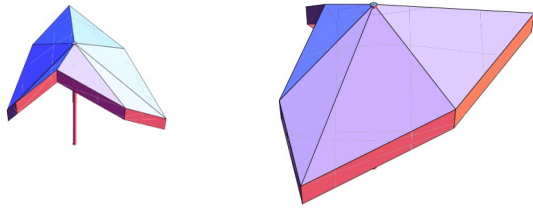


図4 自由視点からの映像1 図5 自由視点からの映像2

この変形パラソルは三角形と四角形を組み合わせることで作ることができ、紙細工でも容易に作製することができる。

4 変形小鉢

2つの視点を e_1, e_2 とし、 e_1 からは円、 e_2 からは正六角形に見える空間曲線 F を設計する。

まず空間に水平な円を浮かべ、円周上に正六角形の頂点 $a_1 \sim a_6$ をとる (図6)。弧 a_1a_2 上の点 p を考えるとき、 e_1 と p を通る半直線を

$$L: \mathbf{x} = \mathbf{e}_1 + t(\mathbf{p} - \mathbf{e}_1) \quad (t > 0) \quad (6)$$

とし、 e_2, a_1, a_2 で決まる平面を P とすると、平面 P と半直線 L の交点 q は視点 e_1 からは弧 a_1a_2 上の点、視点 e_2 からは線分 a_1a_2 上に見える。

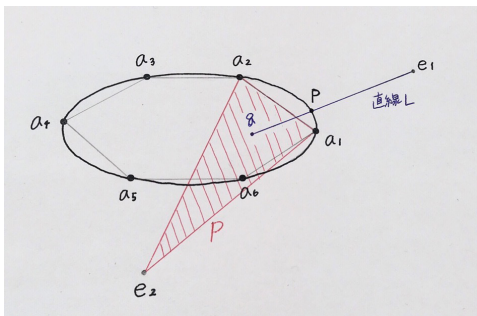


図6 設計原理図

p が円弧 a_1a_2 を動くとき q は a_1 と a_2 を結ぶ空間曲線 F_1 を動く。 F_1 は視点 e_1 からは円弧 a_1a_2 に見える、視点 e_2 からは線分 a_1a_2 に見える。同じことを円弧 $a_2a_3, a_3a_4, a_4a_5, a_5a_6, a_6a_1$ について行い、空間曲線 F_2, F_3, F_4, F_5, F_6 を作る。これらを繋いだ空間曲線 $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6$ は視点 e_1 からは円に見える、視点 e_2 からは正六角形に見える。例として3Dプリンターを用いて変形小鉢を作製した。

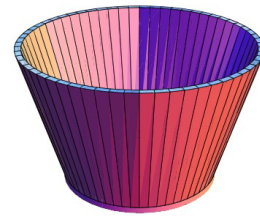


図7 視点 e_1 からの映像

まず2つの視点 e_1, e_2 を決める。今回は小鉢から見て e_1 を 0° 、 e_2 を 120° の方向に置く。空間曲線 F を先ほどの原理を用いて設計し、小鉢の縁とする。側面、底を適当に追加し、5mmの厚みを付けて完成した。

視点 e_1 からは円形小鉢に、視点 e_2 からは正六角形の小鉢に、その他の視点からは全く違ったおしゃれな形の小鉢に見える。

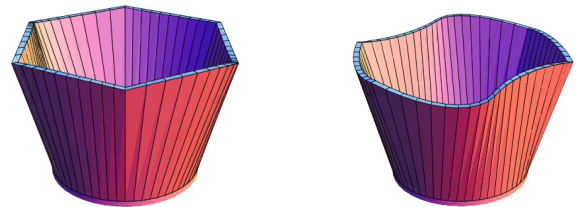


図8 視点 e_2 からの映像 図9 自由な視点からの映像

5 おわりに

杉原 [1][2] に基づき、錯視立体の設計法を学び様々な方法で実際に作品を作製した。

昨年までは1つの視点のみであったのに対し、今回は、鏡を利用し一度に2つの方向から錯視を感じることが出来る作品や、見る角度によって形が変わる作品など様々な錯視立体について学ぶことができた。

また、直線のみでの作品にこだわらず曲線を用いた錯視の作製に挑戦し、変形小鉢に関しては、杉原の作品や論文を参考に自ら設計し3Dプリンターを用いて作製し、実際に錯視効果を感じる作品を作製することができた。

さらに視点の数を増やした錯視作品の設計や、両眼視の場合でも錯視効果を起こす方法などを開発することも興味深い課題である。

6 参考文献

- [1] 杉原 厚吉:『立体イリュージョンの数理』。共立出版、東京、2006。
- [2] Sugihara, Koukichi: Visual Media Culture Supported By Human Depth Illusion, Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis 2015, Nishijin Plaza Kyushu University, Fukuoka, pp.16-22 (2015)