

最短経路問題における粘菌アルゴリズムの数値実験

2013SE078 川上聡治郎

指導教員：小藤俊幸

1 はじめに

粘菌アルゴリズムを用いた数値実験の研究データは過去にも存在する。本研究では迷路上に粘菌の核を複数箇所に設置する。そして粘菌の餌を迷路上に二ヶ所設置すると仮定する。すると粘菌が餌を求めて迷路全体に拡散し、その後、迷路の経路を四捨択一していく。最終的に二ヶ所の餌と餌を結ぶ最短経路に収束していくというアルゴリズムを数値的に実験していく。今回は時刻 t の変化における迷路上の粘菌の体積の収束性に着目した。また今回定義している粘菌とはモジホコリという粘菌である。得てしてこの研究はカーナビや水動管のネットワークなどに応用されている。日本地図の地形や距離を小さめに再現できれば新幹線や鉄道の最短経路を粘菌が割り出すことも可能である。事実、山手線の路線図を粘菌が持つ生物的アルゴリズムが割り出したことも知られている。

2 具体的な方法

まずは粘菌アルゴリズムをモデル化するプログラムを作成する。についてはまず数学的に粘菌の動きを定義してみる。

まずは支点が4つの場合を考えてみる。各支点においてキルヒホッフの法則を適用すると、すべての支点に対して、流入してくる粘菌の量と流出していく粘菌の量は等しいという法則が成り立ちます。

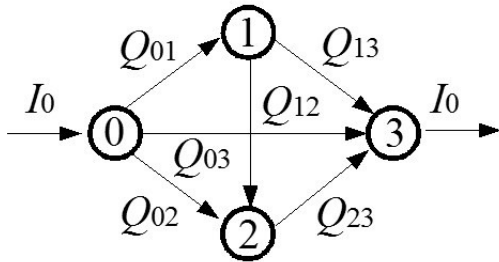


図1 各支点からの流量の向き

今回、頂点を迷路の分かれ道としてその頂点にかかる圧力を P_i とします。この時、迷路を流れる時刻 t における粘菌の流量は、 Q_{ij} となります。具体的には、各経路における粘菌の太さを D_{ij} 、長さを L_{ij} とした時、

$$I_{ij} = \frac{D_{ij}}{L_{ij}}(P_i - P_j)$$

と表せるものとします

粘菌が経路を伝わる量を伝導率とすると、伝導率は

$$Q_{ij} = \frac{D_{ij}}{L_{ij}}$$

となります。

それぞれの経路における粘菌の太さ $D \times L$ は時間の変化に伴い変化していく。今回は迷路の経路に十分に拡散している状態から最短経路へと収束していく仮定で体積もそれともなって減少していくことを考察してみる。

各経路における粘菌の体積を V とすると、

$$V = L_{ij} * D_{ij}$$

となり、これらすべての経路の粘菌の体積を合計は

$$V = \sum_{ij} L_{ij} * D_{ij}$$

とする

この合計値の減少増加について具体的に数値実験し、その変化について考察する。

3 粘菌アルゴリズムの実装

図2において支点3の基準点とし、 $P_3=0$ とおく、各支点では、流入する流量と流出する流量が一致しているものとする。

(支点0)

$$Q_{01} + Q_{02} + Q_{03} = I_1$$

$$\frac{D_{01}}{L_{01}}(P_0 - P_1) + \frac{D_{02}}{L_{02}}(P_0 - P_2) + \frac{D_{03}}{L_{03}}(P_0 - P_3) = I_1$$

$$\left(\frac{D_{01}}{L_{01}} + \frac{D_{02}}{L_{02}} + \frac{D_{03}}{L_{03}}\right)P_0 - \frac{D_{01}}{L_{01}}P_1 - \frac{D_{02}}{L_{02}}P_2 = I_1$$

(支点1)

$$Q_{01} - Q_{12} - Q_{13} = 0$$

$$\frac{D_{01}}{L_{01}}(P_0 - P_1) - \frac{D_{12}}{L_{12}}(P_1 - P_2) - \frac{D_{13}}{L_{13}}(P_1 - P_3) = 0$$

$$\frac{D_{01}}{L_{01}}P_0 - \left(\frac{D_{01}}{L_{01}} + \frac{D_{12}}{L_{12}} - \frac{D_{13}}{L_{13}}\right)P_1 + \frac{D_{12}}{L_{12}}P_2 = 0$$

(支点2)

$$Q_{02} + Q_{12} - Q_{23} = 0$$

$$\frac{D_{02}}{L_{02}}(P_0 - P_2) + \frac{D_{12}}{L_{12}}(P_1 - P_2) - \frac{D_{23}}{L_{23}}(P_2 - P_3) = 0$$

$$\frac{D_{02}}{L_{02}}P_0 + \frac{D_{12}}{L_{12}}P_1 - \left(\frac{D_{02}}{L_{02}} + \frac{D_{12}}{L_{12}}P_1 + \frac{D_{13}}{L_{13}}\right)P_3 = 0$$

以上の式より節点3の関係式 $Q_{03} + Q_{13} + Q_{23} = I_0$ は節点0, 1, 2の関係式から導かれる。

'辺'の伝導率 D_{ij} は

$$\frac{dD_{ij}}{dt} = |Q_{ij}| - D_{ij}$$

に従って変化するものとする。ここで、 τ は正の定数である。

4 アルゴリズムの実装

今回の長ささと太さを与え、実際にプログラムを用いて粘菌が最短経路へと収束しているのか調べてみる。枝の数を

4 から 7 に増やし枝の数も増やして考察してみる。まずは各経路における粘菌の体積の変化をみてみよう。

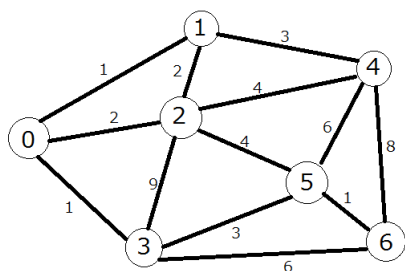


図 2 支点が 7 の時

枝の長さはそれぞれ図に記してある。太さはそれぞれ
 $D_{01} = 2$ $D_{02} = 4$ $D_{03} = 2$
 $D_{12} = 6$ $D_{14} = 6$
 $D_{23} = 6$ $D_{24} = 2$ $D_{25} = 1$
 $D_{35} = 6$ $D_{36} = 3$
 $D_{46} = 8$ $D_{45} = 3$
 $D_{56} = 5$

とする。先ほどの連立方程式と伝導率の更新をプログラムし、数値を代入してみると、 $t = 0$

$V_{01} = 2.000000, V_{02} = 8.000000, V_{03} = 2.000000, V_{12} = 12.000000$
 $V_{14} = 18.000000, V_{23} = 36.000000, V_{24} = 8.000000, V_{25} = 4.000000$
 $V_{35} = 6.000000, V_{36} = 18.000000, V_{45} = 18.000000, V_{46} = 64.000000$
 $V_{56} = 5.000000$

$t = 30$

$V_{01} = 0.261457, V_{02} = 0.563374, V_{03} = 0.753594, V_{12} = 0.542996$
 $V_{14} = 1.215864, V_{23} = 1.882625, V_{24} = 0.496428, V_{25} = 0.193990$
 $V_{35} = 1.077632, V_{36} = 0.786805, V_{45} = 1.031934, V_{46} = 2.890210$
 $V_{56} = 0.911323$

$t = 50$

$V_{01} = 0.074497, V_{02} = 0.104962, V_{03} = 0.909098, V_{12} = 0.066798$
 $V_{14} = 0.261395, V_{23} = 0.296775, V_{24} = 0.092856, V_{25} = 0.028888$
 $V_{35} = 1.246038, V_{36} = 0.095684, V_{45} = 0.191280, V_{46} = 0.359145$
 $V_{56} = 1.052171$

$t = 70$

$V_{01} = 0.018006, V_{02} = 0.018576, V_{03} = 0.977092, V_{12} = 0.008364$
 $V_{14} = 0.056140, V_{23} = 0.046597, V_{24} = 0.017077, V_{25} =$

0.004196
 $V_{35} = 1.288570, V_{36} = 0.011633, V_{45} = 0.034487, V_{46} = 0.044370$
 $V_{56} = 1.087890$
 $t = 99$
 $V_{01} = 0.002044, V_{02} = 0.001459, V_{03} = 0.997433, V_{12} = 0.000422$
 $V_{14} = 0.005994, V_{23} = 0.003166, V_{24} = 0.001439, V_{25} = 0.000255$
 $V_{35} = 1.311937, V_{36} = 0.000548, V_{45} = 0.002838, V_{46} = 0.002126$
 $V_{56} = 1.107585$

となった。各 $t=0$ から各経路の体積は減っていき、次第に最短経路となる経路の粘菌の体積が増えているのがわかる。ここでは 1-3-6 である。

では全体の体積の変化をみてみよう。

となった確かに全体としても粘菌の体積が減っていることがわかる。

先ほどの式、

$$V = \sum_{ij} L_{ij} * D_{ij}$$

は全体としての粘菌の量が減少している事を表している。

粘菌の動きを連立方程式を使って数値的にモデル化し、実験した。簡単な経路では自分の手の計算とダイクストラ法を用いて確認しながら実験をしていたが、ノードの数を増やした場合はなかなか難しい。様々な数値を代入したところ多少の誤差はあったが、正確な実験結果を得ることができ、最短経路へと収束する数値の変化を考察することができた。

5 おわりに

自動車の自動運転や人型の人工知能などその進化は驚くべき速さで進化していく。今回私が着目した粘菌のアルゴリズムに限らず、このような生物がもつ潜在的な能力を IT に還元して事に私は強く興味を持ちました。今後もこのような研究に取り組んでいきたいと思っています。

6 参考文献

- [1] Atushi Tero, Ryo Kobayashi, Toshiyuki Nakagaki: Physarum solver, A biologically inspired method of road-network navigation (2016)
- [2] 中垣俊之 著: 「粘菌 その驚くべき知性, PHP サイエンスワールド新書 (2010)」
- [3] <http://karapaia.livedoor.biz/archives/52085185.html> 『最短経路で迷路を解く、恐るべき粘菌の処理能力』
- [4] <http://mathcoacher.com/detective> 『粘菌アルゴリズムの数理解モデル』