

公平性を考慮した修正 Gale-Shapley アルゴリズム

2013SE157 大西彬史

指導教員：福嶋雅夫

1 はじめに

安定結婚問題とは、D. Gale と L. S. Shapley によって 1962 年に提唱されたものであり、安定マッチングを求める問題である [1]。この問題は、 n 人ずつの男女間でペアを作る際に、例えば、彼女のことが 2 番目に好きであるなど、それぞれの選好順序を考慮しながら、すべての人が不平を持たないようなペアを求める問題である。

Gale-Shapley アルゴリズム (以下 G-S アルゴリズム) とは、Gale と Shapley が考案した安定マッチングを求めるためのアルゴリズムである。G-S アルゴリズムは、ブロッキングペアを含まない安定マッチングを必ず出力することができる。しかし G-S アルゴリズムでは、プロポーズする側の希望がより反映されたペアを出力する傾向にある [3]。

石川 [4] は、新しいアルゴリズムを提案することで男女の不公平さを小さくすることを試みた。本研究では、このどちらかの希望が反映されやすいという男女間の不公平さの課題を解消するために、G-S アルゴリズムにプロポーズを断ることができる手順を加えた新しいアルゴリズムを提案する。さらに、そのアルゴリズムを評価するために計算実験を行う。

2 安定結婚問題

安定結婚問題とは、 n 人ずつの男女の集合があり、それぞれの選好順序を考慮しながら男女のペアを作り、安定マッチングを求める問題である。男女 1 人ずつの組をペアと呼び、あるペアがマッチングに含まれるとき、ペアになる相手をパートナーと呼ぶ [2]。ブロッキングペアとは、ある男女のペアがそれぞれ現在のペアのパートナーより互いを好んでいるとき、現在のパートナーを解消し、新しくペアを作ることでマッチングを壊してしまうペアのことである。このようなブロッキングペアを持たないマッチングを安定マッチングと呼ぶ [3]。

3 Gale-Shapley アルゴリズム

G-S アルゴリズムは、男性側からプロポーズする場合と、女性側からプロポーズする場合の 2 通りのパターンがある。ここでは前者を考える。プロポーズとは、異性の相手にペアになることを申し込むことである。独身とは、どのペアにも属していない人であり、婚約とは、ペアを指定されパートナーを持つ状態である [3]。

3.1 G-S アルゴリズムの手順

入力には、 n 人ずつの男女、そして、それぞれの異性に対する選好順序が必要である。出力は、ある安定マッチングである。入力と出力を確認した後、次の操作に移る。

Step 0 初期設定として、全員独身とする。

Step 1 独身の男性がいなくなるまで、次の (1)~(4) の操作を繰り返す。

- (1) 独身の男性を 1 人選ぶ。
- (2) 選ばれた男性は、まだプロポーズしていない女性の中で、最も好意を持っている女性にプロポーズをする。
- (3) (2) でプロポーズされた女性が独身ならば、プロポーズを受け入れ婚約する。
- (4) (2) でプロポーズされた女性が婚約中ならば、現在のペアの男性と、プロポーズしてきた男性を選好順序を元に比較する。もし、現在のペアの男性のほうが上ならば、女性はプロポーズを断る。プロポーズしてきた男性のほうが上ならば、現在のペアの男性との婚約を解消し、プロポーズしてきた男性と婚約する。

4 提案するアルゴリズム

4.1 アルゴリズム 1

- (1) 下記の作業を行うためのパラメータ a の値を決める。
- (2) 独身の男性を 1 人選ぶ。
- (3) 選ばれた男性は、まだプロポーズしていない女性の中で、最も好意を持っている女性にプロポーズをする。
- (4) プロポーズされた女性自身の選好順序で、(1) で決めた順位より下 ($a\%$ 以下の順位) の男性であれば断る。断られた男性は (3) に戻る。
- (5) (3) でプロポーズされた女性が独身ならば、プロポーズを受け入れ婚約する。
- (6) (3) でプロポーズされた女性が婚約中ならば、現在のペアの男性と、プロポーズしてきた男性を選好順序を元に比較する。もし、現在のペアの男性のほうが上ならば、女性はプロポーズを断る。プロポーズしてきた男性のほうが上ならば、現在のペアの男性との婚約を解消し、プロポーズしてきた男性と婚約する。

4.2 アルゴリズム 2

- (1) 下記の作業を行うためのパラメータ b と c の値を決める。(b 巡するたびに c の値を小さくしていく)
- (2) 独身の男性を 1 人選ぶ。
- (3) 選ばれた男性は、まだプロポーズしていない女性の中で、最も好意を持っている女性にプロポーズをする。
- (4) プロポーズされた女性自身の選好順序で、(1) で決めた順位より下 ($c\%$ 以下の順位) の男性であれば断る。断られた男性は (3) に戻る。
- (5) (3) でプロポーズされた女性が独身ならば、プロポー

ズを受け入れ婚約する。

- (6) (3) でプロポーズされた女性が婚約中ならば、現在のペアの男性と、プロポーズしてきた男性を選好順序を元に比較する。もし、現在のペアの男性のほうが上ならば、女性はプロポーズを断る。プロポーズしてきた男性のほうが上ならば、現在のペアの男性との婚約を解消し、プロポーズしてきた男性と婚約する。
- (7) 男性が b 巡したとき、ペアができているところは確定とし、 c の値を小さくして (1) に戻る。

5 計算実験

5.1 実験方法

G-S アルゴリズムと提案した 2 つのアルゴリズムを用いて計算実験を行う。この実験では、プロポーズをする側が男性、プロポーズを受ける側が女性の場合とする。

G-S アルゴリズム、アルゴリズム 1 でプロポーズを断る基準が選好順序の 80% 以下、60% 以下、40% 以下、20% 以下の 4 つのパターン (それらをアルゴリズム 1-1, 1-2, 1-3, 1-4 と呼ぶ)、アルゴリズム 2 で男性が 1 巡、2 巡、3 巡、4 巡ごとにペアの確定を行う 4 つのパターン (それらをアルゴリズム 2-1, 2-2, 2-3, 2-4 と呼ぶ。ただし、プロポーズを断る基準は、80% → 60% → 40% → 20% → 0% と緩めていく) の合計 9 つのパターンのアルゴリズムに対して、50 人ずつの男女それぞれの選好順序を乱数を用いて定めた例題を 50 問作成し、マッチングを求める。その結果を男女それぞれ 1 人あたりの満足度の平均と、男女それぞれの満足度の最小値の観点から評価し、比較をする。満足度の計算方法は、男性の場合 $N + 1 - mrank[i][j]$ 、女性の場合 $N + 1 - wrank[j][i]$ の式を用いる。 $mrank[i][j]$ と $wrank[j][i]$ はそれぞれ、男性 i から見た女性 j の順位、女性 j から見た男性 i の順位を表す。ただし、アルゴリズム 1 では、マッチングが出力されないこともあるため、実際にマッチングが出力された 50 問に対して、評価を行う。

5.2 実験結果

アルゴリズム 1-2 で 2 問、1-3 で 17 問、それぞれマッチングが出力されなかった。アルゴリズム 1-4 では、100 問中 2 問しかマッチングを作成できなかったため、0 と表す。

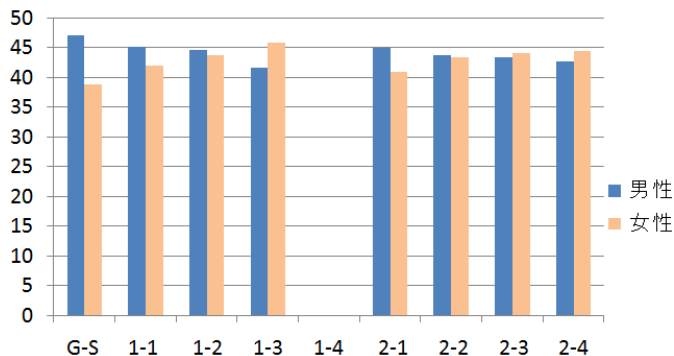


図 1 満足度の平均

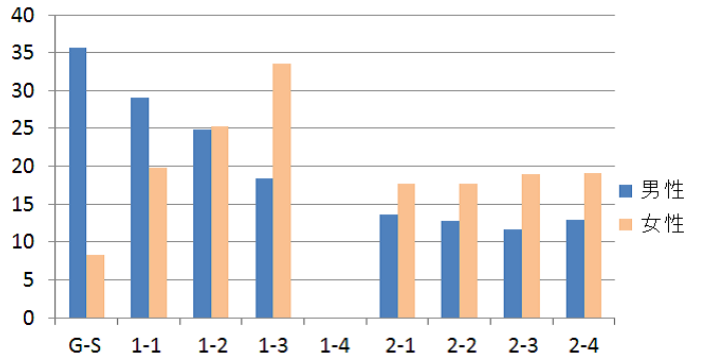


図 2 満足度の最小値

6 考察

図 1 より、アルゴリズム 1-2 およびアルゴリズム 2-2, 2-3 において、男女の満足度の平均の差がより小さくなる傾向になることがわかる。図 2 より、アルゴリズム 1-2 の場合男女の満足度の最小値の差が最も小さくなり、次いで、アルゴリズム 2-1, 2-2 の場合も小さくなる傾向になることがわかる。これらの結果から、アルゴリズム 1-2 の場合が 1 番良い結果ではあるが、マッチングが出力されない可能性もあるため、男女を公平にするためには、アルゴリズム 2-2 の場合が最も適していると考えられる。

7 さいごに

男女の公平さを目標に、プロポーズする側に有利な結果が出力されやすい G-S アルゴリズムに、「プロポーズを断る」という新しい計算手順を加えるアルゴリズムを提案した。さらに、アルゴリズムのパラメータ a, b, c を変化させて、計算実験を行い、得られたマッチングを 2 つの観点から比較し、2 つの提案したアルゴリズムを評価した。その結果、パラメータを適切な値に設定すれば、G-S アルゴリズムより男女が公平なマッチングを得ることができることがわかった。

参考文献

- [1] D.Gale and L.S.Shapley, College admissions and the stability of marriage, American Mathematical Monthly, 1962.
- [2] 根本俊男, 安定結婚問題, 久保幹雄・田村明久・松井知己 (編) 応用数理計画ハンドブック, 14.2 節, pp.779-830, 朝倉書店, 2002.
- [3] 松井泰子・根本俊男・宇野毅明, 入門オペレーションズ・リサーチ, 第 10 章, 東海大学出版会, 2008.
- [4] 石川結葉, 公平性を考慮した安定結婚問題に対するアルゴリズム, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2016.