

H₂ 制御を用いた 2 次元ボールバランサの制御

2013se217 寺前諒人

指導教員：陳幹

1 はじめに

本研究の目的は 2 次元ボールバランサを制御対象とし、この実験装置に H₂ 制御理論を適用することである。2 次元ボールバランサは平衡盤を前後左右に傾けることでボールを指定した位置に移動させることができる実験装置である。

2 モデリング

ここでは、2 次元ボールバランサの運動方程式を導出する。2 次元ボールバランサの物理パラメータを表 1 に示す [1]。2 次元ボールバランサの x 軸方向の概略図を図 1 に示す。

表 1 2 次元ボールバランサの物理パラメータ

ボールの半径	$r_b=0.02$ [m]
ボールの重さ	$m_b=0.0027$ [kg]
ボールの慣性モーメント	$J_b=1.73 \times 10^{-7}$ [kgm ²]
プレートの長さ	$L_{tbl}=0.275$ [m]
プレートの重さ	$m_{tbl}=0.5$ [kg]
プレートの厚さ	$T_{tbl}=0.006$ [m]
ロードギアのアームの長さ	$r_{arm}=0.025$ [m]
ロードギアの慣性モーメント	$J_l=5.3426 \times 10^{-5}$ [kgm ²]
ロードギアの等価粘性減衰係数	$B_l=0.015$ [Nm/(rad/s)]
ギア比	$K_g=70$ [-]
ギアボックス効率	$n_g=0.9$ [-]
モータ効率	$n_m=0.69$ [-]
モータ抵抗	$R_m=2.6$ [Ω]
モータトルク定数	$k_t=7.68 \times 10^{-3}$ [Nm/A]
重力加速度	$g=9.81$ [m/s ²]

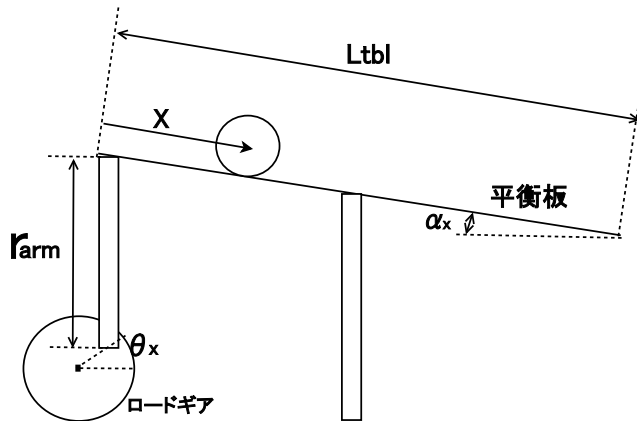


図 1 2 次元ボールバランサの概略図

ボールの運動方程式を導出する。ボールの運動エネルギーは

$$T_b = \frac{1}{2} m_b \dot{x}(t)^2 + \frac{1}{2} \frac{J_b}{r_b} \dot{x}(t)^2 \quad (1)$$

となる。ボールのポテンシャルエネルギーは

$$U_b = -m_b g x(t) \sin \alpha_x(t) \quad (2)$$

となる。これより、ボールの運動方程式をラグランジュ運動方程式で求めると、

$$\ddot{x}(t) = \frac{6r_{arm}g}{5L_{tbl}} \theta_x(t) \quad (3)$$

となる。ロードギアの運動方程式の導出する。ロードギアの運動エネルギーは

$$T_l = \frac{1}{2} J_l \dot{\theta}_x(t)^2 \quad (4)$$

となる。ロードギアの損失エネルギーは

$$D_l = \frac{1}{2} B_l \dot{\theta}_x(t)^2 \quad (5)$$

となる。これより、ロードギアの運動方程式をラグランジュ運動方程式で求めると、

$$\ddot{\theta}_x(t) = -\frac{B_l}{J_l + \frac{m_{tbl}r_{arm}}{6L_{tbl}}(L_{tbl}^2 + T_{tbl}^2)} \dot{\theta}_x(t) + \frac{n_m k_t n_g K_g}{R_m (J_l + \frac{m_{tbl}r_{arm}}{6L_{tbl}}(L_{tbl}^2 + T_{tbl}^2))} \quad (6)$$

となる。

3 H₂ 制御

H₂ 制御は、入力と出力の間にある閉ループ伝達関数の H₂ ノルムの値が小さいほど良好なシステムとなる。一般化制御対象のブロック線図を図 2 で示す。

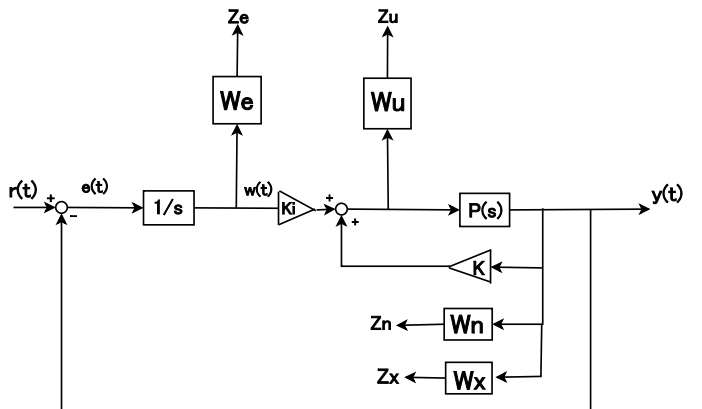


図 2 一般化制御対象のブロック線図

一般化制御対象 $G(s)$ とおき, LMI を用いて状態フィードバックゲイン K を求める. 状態変数は $x_1(t) = [x(t) \dot{x}(t) \theta_x(t) \dot{\theta}_x(t) w(t)]$ となる. W_e は偏差の積分に対する重み, W_u は入力に対する重み, W_n, W_x は状態に対する重みである評価出力は $z(t) = [z_n z_e z_u z_x]$ となる. 一般化制御対象 $G(s)$ は以下のように表される.

$$G(s) : \begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 r(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = C_1 x_1(t) + D_1 u(t) \end{cases} \quad (7)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6r_{arm}g}{5L_{tbl}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_l}{J_l + \frac{m_{tbl}r_{arm}^2}{6L_{tbl}}(L_{tbl}^2 + T_{tbl}^2)} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{n_m k_t n_g K_g}{R_m J_l + \frac{m_{tbl}r_{arm}^2}{6L_{tbl}}(L_{tbl}^2 + T_{tbl}^2)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} W_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_x & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W_u \\ 0 \end{bmatrix}$$

また, 閉ループ伝達関数を G_h とし, H_2 ノルムは以下のように定義される [2].

$$\|G_h\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace}(G(jw)^* G(jw)) dw} \quad (8)$$

システムに混入する外部入力を w とし, 評価出力を z であるとするれば, $\|G_h\|_2$ の値が小さいほど外部入力 w が評価出力 z に及ぼす影響が小さいといえる. ここで H_2 ノルムの上限を γ_2 とすると, 以下ようになる.

$$\|G_h\|_2 < \gamma_2 \quad (9)$$

この (9) 式を満足し, かつ γ_2 を最小にする制御器設計を行う.

状態フィードバックゲイン K は以下の LMI 式 (10) を満たす $X > 0, Y$ が存在するとき, H_2 ノルムは γ_2 未満となり, 閉ループ系は安定となる. $A_x = A_1 X + B_2 Y$ とする.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} A_x^T + A_x & (C_1 X + D_1 Y)^T \\ C_1 X + D_1 Y & -I \end{bmatrix} < 0 \\ \begin{bmatrix} \gamma_2^2 & B_1^T \\ B_1 & X \end{bmatrix} > 0 \end{cases} \quad (10)$$

このときの $u = Kx = YX^{-1}x$ は以下の重みを設定して求めた. それぞれの重みは

$$W_e = 5.45, W_u = 1, W_n = 8.5, W_x = 0.85 \quad (11)$$

とすると, 今回求めた状態フィードバックゲインは

$$K = [-7.1523 \quad -3.5331 \quad -0.9778 \quad -0.0058 \quad 3.478] \quad (12)$$

となる.

4 シミュレーションと実験結果

初期値を (0,0) と設定し円軌道を描かせるために

$$x = 0.05 \cos \frac{\pi}{10} t, y = 0.05 \sin \frac{\pi}{10} t$$

の目標値を与えた. ボールの円軌道のシミュレーション結果を図 3 で示す. ボールの円軌道の実験結果は図 4 で示す.

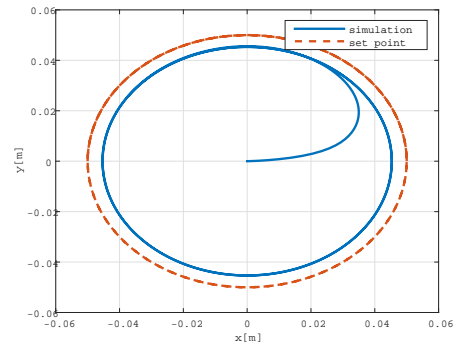


図 3 ボールの変位のシミュレーション結果

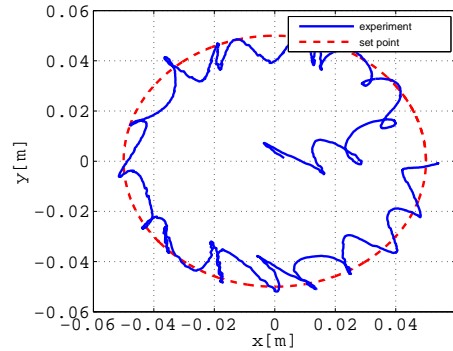


図 4 ボールの円軌道の実験結果

5 終わりに

H_2 制御で円軌道を描かすシミュレーションを行った. 実験では目標値に近い結果が得られた. 今後の課題としてモデリングが完全ではなく非線形要素を線形化しているのでそこを線形化せずに行う. また, H_2 制御でバックラッシュの補償を行って, より目標値に近い制御を行う.

参考文献

- [1] Quanser, "SRV02 User Manual", pp.1-28.
- [2] 蟻原義雄, "LMI によるシステム制御", 森北出版株式会社, 2012 年 3 月 2 日, pp.101-p.110.