

アクティブサスペンションの混合 H_2/H_∞ 制御

—時間応答と周波数応答の最適化アプローチ—

2012SE248 高橋 克也 2012SE265 宇野 達貴

指導教員：高見 勲

1 はじめに

自動車のサスペンションに要求される性能として、乗り心地、タイヤの接地性の確保、車体姿勢の保持などがある。特に自動車の基本性能である乗り心地性能と操縦安定性の改善がなされてきた。乗り心地性能に関しては、ISO2631に示される特定の周波数の車体振動に依存していることがわかっている [1]。現在までのアクティブサスペンションの研究では、人間の振動感知フィルタを考慮したLQ制御 [2] や、特定の周波数帯域の車体振動における特性の改善をするため、 H_∞ 制御理論が用いられてきた [3]。本研究では混合 H_2/H_∞ 制御により、周波数領域において乗り心地に関する特定周波数帯のゲイン特性、時間領域においてタイヤのたわみ量、サスペンションストローク量、制御入力を抑えることで乗り心地性能と操縦安定性を向上させることを目標とした。一方、サスペンションは乗員人数の変動によって生じる特性のばらつきが避けられないため、ロバストな制御が望まれる。このモデルのパラメータ変動による不確かさをポリトープ表現で表し、LMI(Linear Matrix Inequality) を用いて制御系設計を行う。この制御系に対してシミュレーションを行い、実験機に実装することで理論の検証を行う。

2 モデリング

2.1 制御対象

本研究の制御対象であるアクティブサスペンションの1/2車両モデルの概略図を以下の図1に示す。

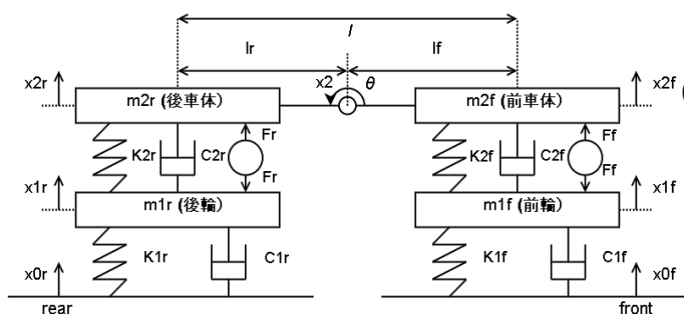


図1 制御対象の概略図

路面の凹凸を前輪、後輪が通るものとし、前後の車体が上下振動と車体重心周りで回転運動を行うものとする。前輪の平衡点からの変位を x_{1f} [m]、後輪の平衡点からの変位を x_{1r} [m]、前側車体の平衡点からの変位を x_{2f} [m]、後側車体の平衡点からの変位を x_{2r} [m] とする。また車体の重心の平衡点からの変位を x_2 [m]、車体の重心周りのピッチ方向の回転角を θ [rad]、前側車輪位置の路面の変位を x_{0f} [m]、後側車輪位置の路面の変位を x_{0r} [m]、前側と後側のアクチュエータへの入力をそれぞれ F_f [N]、 F_r [N] とする。また前後

のサスペンション間の距離を l とした。以下の表1に制御対象のパラメータを示す。

表1 物理パラメータ

| パラメータ名 | パラメータの値 | 単位 |
|---------------|---------------------------------|------------------------|
| 前輪の質量 | $m_{1f} = 1$ | [kg] |
| 後輪の質量 | $m_{1r} = 1$ | [kg] |
| 前車体の質量 | $m_{2f} = 1.45 \sim 2.45$ | [kg] |
| 後車体の質量 | $m_{2r} = 1.45 \sim 2.45$ | [kg] |
| 車体の長さ | $l = 3$ | [m] |
| 路面・前輪間のバネ係数 | $k_{1f} = 2.72 \times 10^3$ | [N/m] |
| 路面・後輪間のバネ係数 | $k_{1r} = 2.72 \times 10^3$ | [N/m] |
| 路面・前輪間のダンパ係数 | $c_{1f} = 5$ | [Ns/m] |
| 路面・後輪間のダンパ係数 | $c_{1r} = 5$ | [Ns/m] |
| 前輪・前車体間のバネ係数 | $k_{2f} = 970$ | [N/m] |
| 後輪・後車体間のバネ係数 | $k_{2r} = 970$ | [N/m] |
| 前輪・前車体間のダンパ係数 | $c_{2f} = 7.5$ | [Ns/m] |
| 後輪・後車体間のダンパ係数 | $c_{2r} = 7.5$ | [Ns/m] |
| 重心周りの慣性モーメント | $J = m_{2f}l_f^2 + m_{2r}l_r^2$ | [Kg · m ²] |

2.2 運動方程式の導出

ニュートンの運動方程式より平衡点からの変位およびピッチ角の運動方程式を導出する。この際に非線形項である $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ が存在する。それらの項を線形化するため、テイラー級数展開の1次近似により、 $\sin \theta \simeq \theta$ 、 $\cos \theta \simeq 1$ と近似する。平衡点における前輪位置 x_{1f} 、後輪位置 x_{1r} 、車体重心 x_2 、車体の重心周りのピッチ角 θ の運動方程式を以下の (1)~(4) に示す。

$$m_{1f}\ddot{x}_{1f} = -k_{1f}(x_{1f} - x_{0f}) - c_{1f}(\dot{x}_{1f} - \dot{x}_{0f}) + k_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) + c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) - F_f \quad (1)$$

$$m_{1r}\ddot{x}_{1r} = -k_{1r}(x_{1r} - x_{0r}) - c_{1r}(\dot{x}_{1r} - \dot{x}_{0r}) + k_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) + c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) - F_r \quad (2)$$

$$(m_{2f} + m_{2r})\ddot{x}_2 = -k_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) - c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) - k_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) - c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + F_f + F_r \quad (3)$$

$$J\ddot{\theta} = l_f(-k_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) - c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) + F_f) - l_r(-k_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) - c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + F_r) \quad (4)$$

ここで、重心から前側、後側サスペンションまでの距離の l_f, l_r は以下の (5)、(6) とする。

$$l_f = \frac{m_{2r}}{m_{2f} + m_{2r}} \quad (5) \quad l_r = \frac{m_{2f}}{m_{2f} + m_{2r}} \quad (6)$$

また、 x_{2f}, x_{2r} の運動方程式を以下の (7)、(8) に示す。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{2f} &\simeq \ddot{x}_2 + l_f\ddot{\theta} \\ &= -\frac{k_{2f}}{m_{2f}}(x_{2f} - x_{1f}) - \frac{c_{2f}}{m_{2f}}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) + \frac{1}{m_{2f}}F_f \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{2r} &\simeq \ddot{x}_2 - l_r \ddot{\theta} \\ &= -\frac{k_{2r}}{m_{2r}}(x_{2r} - x_{1r}) - \frac{c_{2r}}{m_{2r}}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + \frac{1}{m_{2r}}F_r\end{aligned}\quad (8)$$

2.3 状態空間表現

状態変数 $x(t)$ を前後の車体のタイヤのたわみ, サスペンションストローク, 車輪の垂直方向の速度, 車体の垂直方向の速度とする.

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_{1f} - x_{0f} & x_{1r} - x_{0r} & x_{2f} - x_{1f} & x_{2r} - x_{1r} \\ \dot{x}_{1f} & \dot{x}_{1r} & \dot{x}_{2f} & \dot{x}_{2r} \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

また外乱 $w(t)$, 制御入力 $u(t)$ を以下の (10), (11) とする.

$$w(t) = [\dot{x}_{0f} \ \dot{x}_{0r}]^T \quad (10) \quad u(t) = [F_f \ F_r]^T \quad (11)$$

運動方程式に含まれる $\frac{1}{m_{2f}}$, $\frac{1}{m_{2r}}$ は非線形項であるので, $\alpha = \frac{1}{m_{2f}}$, $\beta = \frac{1}{m_{2r}}$ と変数変換することによって, 状態方程式 (12) を得る.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{1f}}{m_{1f}} & 0 & \frac{k_{2f}}{m_{1f}} & 0 & -\frac{(c_{1f}+c_{2f})}{m_{1f}} \\ 0 & -\frac{k_{1r}}{m_{1r}} & 0 & \frac{k_{2r}}{m_{1r}} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{2f}\alpha & 0 & c_{2f}\alpha \\ 0 & 0 & 0 & -k_{2r}\beta & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & -1 & 0 & 1 \\ & & 0 & \frac{c_{2f}}{m_{1f}} & 0 \\ & & -\frac{(c_{1r}+c_{2r})}{m_{1r}} & 0 & \frac{c_{2r}}{m_{1r}} \\ & & 0 & -c_{2f}\alpha & 0 \\ & & c_{2r}\beta & 0 & -c_{2r}\beta \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{1f}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & \frac{c_{1r}}{m_{1r}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_{1r}} \\ \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

次に, 観測出力を前後の車体加速度 $\ddot{x}_{2f}, \ddot{x}_{2r}$, ピッチ角加速度 $\ddot{\theta}$ とし, それぞれ $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$ とおく. するとシステムは以下のように書ける.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) & (13) \\ y_p(t) = x(t) & (14) \\ y_1(t) = C_1 x(t) + D_1 u(t) & (15) \\ y_2(t) = C_2 x(t) + D_2 u(t) & (15) \\ y_3(t) = C_3 x(t) + D_3 u(t) & (16) \end{cases}$$

$$C_1 = [0 \ 0 \ -k_{2f}\alpha \ 0 \ c_{2f}\alpha \ 0 \ -c_{2f}\alpha]$$

$$D_1 = [\alpha \ 0]$$

$$C_2 = [0 \ 0 \ 0 \ -k_{2r}\beta \ 0 \ c_{2r}\beta \ 0 \ -c_{2r}\beta]$$

$$D_2 = [0 \ \beta]$$

$$C_3 = \left[0 \ 0 \ -\frac{k_{2f}\alpha}{l} \ \frac{k_{2r}\beta}{l} \ \frac{c_{2f}\alpha}{l} \ -\frac{c_{2r}\beta}{l} \ -\frac{c_{2f}\alpha}{l} \ \frac{c_{2r}\beta}{l} \right]$$

$$D_3 = [\alpha \ -\beta]$$

3 周波数整形

3.1 周波数重み

先行研究では, 乗り心地向上のため ISO2631 に基づいた周波数重みをつけて制御を行ってきた [2]. 本研究は周波数領域での制御を H_∞ 制御により行うため, 周波数重みは, ISO2631 で規格化されている加振周波数に対する人間の周波数振動感受特性の上下方向, およびピッチ角方向を参考にし, それぞれ 5.66[Hz] 付近, 0.71[Hz] 付近にピークを持つバンドパスフィルタを用いる. 垂直方向の周波数重みを $W_1(s)$, ピッチ角方向の周波数重みを $W_2(s)$ とおく. 以上の周波数重みの伝達関数は, 次式の通りである.

$$W_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{w_1}{Q_1}s}{s^2 + \frac{w_1}{Q_1}s + w_1^2} \simeq \frac{4.55s}{s^2 + 4.55s + 1263.1} \quad (17)$$

$$W_2(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{w_2}{Q_2}s}{s^2 + \frac{w_2}{Q_2}s + w_2^2} \simeq \frac{0.50s}{s^2 + 0.50s + 19.9} \quad (18)$$

次に, 式 (17), 式 (18) で表される周波数重みを状態方程式に変形する. $W_1(s), W_2(s)$ の状態方程式は式 (19), 式 (20) のようになる.

$$W_1(s) = \begin{cases} \dot{x}_{w1}(t) = A_{w1}x_{w1}(t) + B_{w1}y_i(t) & (i = 1, 2) \\ y_{w1}(t) = C_{w1}x_{w1}(t) + D_{w1}y_i(t) & (i = 1, 2) \end{cases} \quad (19)$$

$$A_{w1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_1^2 & -\frac{w_1}{Q_1} \end{bmatrix}, \quad B_{w1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{w1} = [0 \ \frac{w_1}{Q_1}], \quad D_{w1} = 0$$

$$W_2(s) = \begin{cases} \dot{x}_{w2}(t) = A_{w2}x_{w2}(t) + B_{w2}y_3(t) \\ y_{w2}(t) = C_{w2}x_{w2}(t) + D_{w2}y_3(t) \end{cases} \quad (20)$$

$$A_{w2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_2^2 & -\frac{w_2}{Q_2} \end{bmatrix}, \quad B_{w2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{w2} = [0 \ \frac{w_2}{Q_2}], \quad D_{w2} = 0$$

ここで, $\frac{w_0}{Q}$ を帯域幅といい, また, 中心周波数が f_0 のときの角速度を w_0 , Q は選択度である. 選択度とは, 不要周波数帯を除去し, 目的の周波数帯を抽出する能力を示すパラメータである. 今回, 目的周波数帯は上下方向は 4 ~ 8[Hz], ピッチ角方向は 0.63 ~ 0.8[Hz] とし, 選択度は $Q_1 = 7.15, Q_2 = 9$ とする. 以下の図 2 に (17), (18) の Bode 線図を示した.

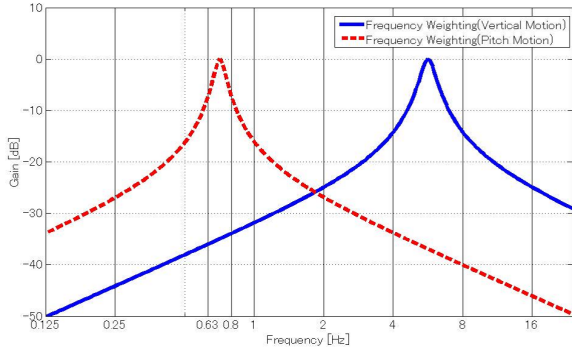


図2 車体上下運動, ピッチングに対する周波数重み

本研究では, 乗員の着座位置を考慮し車体重心ではなく, 前側車体, 後側車体のそれぞれに周波数重みをつけた. 式 (14), 式 (15), 式 (16), の $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$ を式 (17), 式 (18) に代入することで, 以下の (21)~(26) の式が導出できる.

$$\begin{cases} \dot{x}_{w1}(t) = B_{w1}C_1x(t) + A_{w1}x_{w1}(t) + B_{w1}D_1u(t) & (21) \\ y_{w1}(t) = D_{w1}C_1x(t) + C_{w1}x_{w1}(t) + D_{w1}D_1u(t) & (22) \\ \dot{x}_{w2}(t) = B_{w2}C_2x(t) + A_{w2}x_{w2}(t) + B_{w2}D_2u(t) & (23) \\ y_{w2}(t) = D_{w2}C_2x(t) + C_{w2}x_{w2}(t) + D_{w2}D_2u(t) & (24) \\ \dot{x}_{w3}(t) = B_{w3}C_3x(t) + A_{w3}x_{w3}(t) + B_{w3}D_3u(t) & (25) \\ y_{w3}(t) = D_{w3}C_3x(t) + C_{w3}x_{w3}(t) + D_{w3}D_3u(t) & (26) \end{cases}$$

次に, 新たな状態変数 $x_n(t)$ を (27) と定義することで, 拡大系を構成する.

$$x_n(t) = [x(t) \quad x_{w1}(t) \quad x_{w2}(t) \quad x_{w3}(t)]^T \quad (27)$$

式 (12) の状態空間表現を拡大すると次の式が得られる.

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= A_n x_n(t) + B_{wn}w(t) + B_{un}u(t) & (28) \\ A_n &= \begin{bmatrix} A & O_{8 \times 2} & O_{8 \times 2} & O_{8 \times 2} \\ B_{w1}C_1 & A_{w1} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} \\ B_{w1}C_2 & O_{2 \times 2} & A_{w1} & O_{2 \times 2} \\ B_{w2}C_3 & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & A_{w2} \end{bmatrix} \\ B_{wn} &= \begin{bmatrix} B_w \\ O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} \end{bmatrix}, B_{un} = \begin{bmatrix} B_u \\ B_{u1}D_1 \\ B_{u1}D_2 \\ B_{u2}D_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

図3に拡大系のブロック線図を示す.

4 制御系設計

4.1 H_2 制御の評価出力

評価出力 z_2 をサスペンションストローク $x_{2f} - x_{1f}, x_{2r} - x_{1r}$, タイヤのたわみ $x_{1f} - x_{0f}, x_{1r} - x_{0r}$, 制御入力 F_f, F_r とし, (29) のように定義する.

$$z_2(t) = C_2x_n(t) + D_2u(t) \quad (29)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} & O_{4 \times 2} \\ O_{2 \times 4} & O_{2 \times 4} & O_{2 \times 4} & O_{2 \times 2} \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

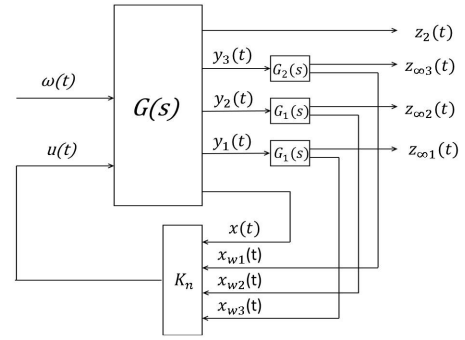


図3 拡大系のブロック線図

4.2 H_∞ 制御の評価出力

次に, H_∞ 制御について考える. 評価出力 z_∞ を周波数重み付き前車体加速度 $z_{\infty1}$, 周波数重み付き後車体加速度 $z_{\infty2}$, 周波数重み付きピッチ角加速度 $z_{\infty3}$ とし, (30) のように定義する.

$$z_\infty = C_\infty x_n(t) + D_\infty u(t) \quad (30)$$

$$C_\infty = \begin{bmatrix} D_{w1}C_1 & C_{w1} & O_{2 \times 1} & O_{2 \times 1} \\ D_{w1}C_2 & O_{2 \times 1} & C_{w1} & O_{2 \times 1} \\ D_{w2}C_3 & O_{2 \times 1} & O_{2 \times 1} & C_{w2} \end{bmatrix}$$

$$D_\infty = \begin{bmatrix} D_{w1}D_1 \\ D_{w1}D_2 \\ D_{w2}D_3 \end{bmatrix}$$

(29), (30) より, 一般化制御対象 $G(s)$ の状態方程式表現が次式で与えられる.

$$G(s) = \begin{cases} \dot{x}_n(t) = A_n x_n(t) + B_{wn}w(t) + B_{un}u(t) \\ z_2(t) = C_2 x_n(t) + D_2 u(t) \\ z_\infty(t) = C_\infty x_n(t) + D_\infty u(t) \end{cases} \quad (31)$$

(31) で与えられたシステムに対して, 以下に示す混合 H_2/H_∞ 制御の LMI 条件を満たす範囲の中で γ と μ の和が最小のときの X, Y を求める.

minimize μ, γ

subject to

$$\begin{cases} X := X_2 = X_\infty, Y := Y_2 = Y_\infty \\ \begin{bmatrix} He\{(A_n X + B_{un} Y)\} & (C_2 X + D_2 Y)^T \\ (C_2 X + D_2 Y) & -I_{6 \times 6} \end{bmatrix} < 0 \\ \begin{bmatrix} Z_n & B_{wn}^T \\ B_{wn} & X \end{bmatrix} > 0 \\ trace(Z_n) < \mu^2 \\ \begin{bmatrix} He\{(A_n X + B_{un} Y)\} & B_{wn} & (C_\infty X + D_\infty Y)^T \\ B_{wn}^T & -\gamma^2 I_{2 \times 2} & O_{2 \times 1} \\ (C_\infty X + D_\infty Y) & O_{1 \times 2} & -I_{3 \times 3} \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (32)$$

この LMI 条件を満たす X, Y が存在するとき, 閉ループ系は漸近安定となり, システムは安定であるといえる. 制御入力 $u(t) = K_n x_n(t)$, フィードバックゲインは $K_n = YX^{-1}$ で導出される.

5 行列ポリトープ

本研究では、車体質量を表すパラメータ m_{2f}, m_{2r} がそれぞれ $1.45 \sim 2.45$ [kg] の範囲で変動すると考える。

$$\begin{cases} m_{2f} \in [m_{2f,min}, m_{2f,max}] = [1.45, 2.45] \\ m_{2r} \in [m_{2r,min}, m_{2r,max}] = [1.45, 2.45] \end{cases}$$

これにより、 $\alpha = \frac{1}{m_{2f}}, \beta = \frac{1}{m_{2r}}$ は、(33) のようになる。

$$\begin{cases} \alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}] = [0.408, 0.689] \\ \beta \in [\beta_{min}, \beta_{max}] = [0.408, 0.689] \end{cases} \quad (33)$$

6 実験結果

6.1 評価出力に対する重みとゲイン

評価出力に対する重みを以下のように設定する。

$$\begin{aligned} W_2 &= \text{diag}(0.5, 0.5, 1, 1, 0.8, 0.8) \\ W_\infty &= \text{diag}(1.2, 1.2, 0.5) \end{aligned}$$

このとき、 γ の最小値は 7.96、 μ の最小値は 14.42 となる。MATLAB/Simulink により、得られたゲインを制御対象に実装し、実験を行った。 $m_{2f} = 2.45$ [kg], $m_{2r} = 2.45$ [kg] の場合の時間応答と周波数応答をシミュレーションと実験結果での比較を行った。

6.2 時間応答の実験結果

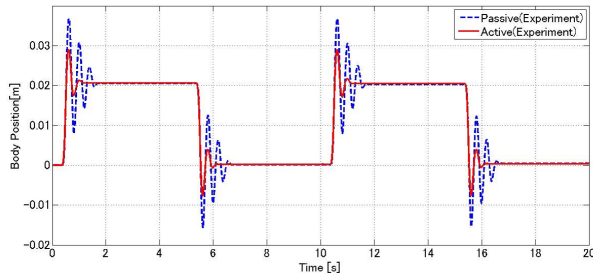


図4 車体位置の時間応答

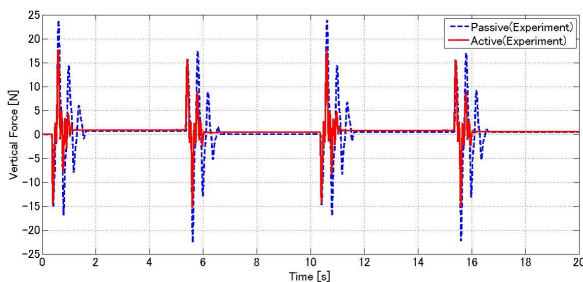


図5 接地荷重変動

- 車体位置については、最大振幅、収束時間共に抑えられており良好な姿勢制御ができたと言える。
- 接地荷重変動についても同様に、最大振幅、収束時間共に抑えられており操縦安定性が向上したと言える。

6.3 周波数応答の実験結果

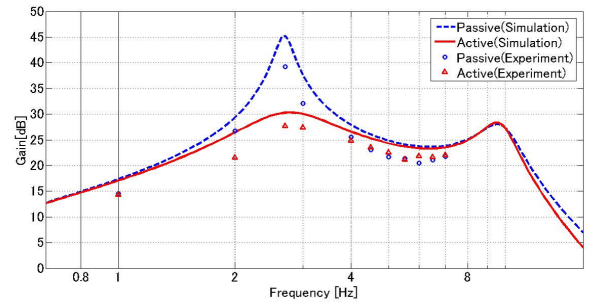


図6 車体加速度の周波数特性

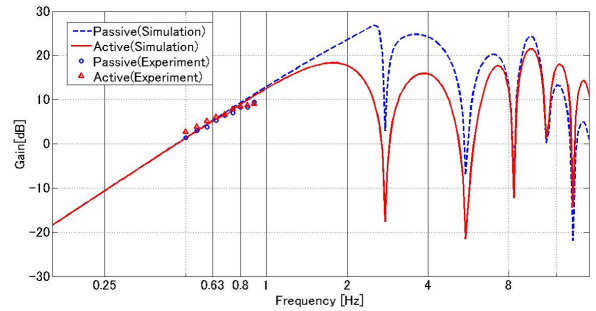


図7 ピッチ角加速度の周波数特性

- 車体加速度については、シミュレーションとほぼ一致している。周波数帯域全域では、ゲイン特性を抑制することができた。
- ピッチ角加速度についても同様に、シミュレーションとほぼ一致している。周波数帯域全域では、ゲイン特性を抑制することができた。

7 おわりに

今回、周波数整形を含めた混合 H_2/H_∞ 制御を用いてフィードバックコントローラの設計を行い、乗員の着座位置を考慮した周波数重み付けによる制御を行った。周波数整形を用いた H_∞ 制御では、周波数帯全域においてゲイン特性を抑制することが出来た。また時間領域においては収束の即応性を高めることができた。周波数応答と時間応答はトレードオフの関係にあるため、周波数応答の結果を著しく高めることはできなかった。

参考文献

- [1] International Organization for Standardization : Mechanical vibration and shock Evaluation of human exposure to whole-body vibration Part 1 General requirements, ISO 2631-1 (1997)
- [2] T. Toda, S. Kohei, G. Chen, I. Takami : Robust Control of Active Suspension- Improvement of Ride Comfort and Driving Stability Using Harf Car Model -,SICE Annual Conference 2015, pp.690-695 (2015)
- [3] 川谷, 山下, 藤森, 木村:H ∞ 制御理論に基づくアクティブサスペンションの制御-1/4 モデルに対する状態フィードバック制御-, 計測自動制御学会論文集, No27, pp.554-561, 1991.