

吊り荷の揺れを考慮した3自由度ヘリコプタの出力フィードバック制御

2012SE064 石井雄基

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究では3自由度ヘリコプタを制御対象に、機体中心から吊り下げた観測できない吊り荷の揺れを考慮した制御則を設計する。システムの拡大系を導出し、最適サーボシステムを適用する。吊り荷はヘリコプタの回転翼によって生じる吹き下ろし風(ダウンウォッシュ)によって揺れる。カルマンフィルタを利用した出力フィードバックを用いることで吊り荷の揺れを抑制する。

2 制御対象とモデリング

本研究で用いる3自由度ヘリコプタの概略図を図1に示す。実験機には前後にローターが2つ付いており、適切な電圧を入力することで機体の姿勢を保つ。図1に示された通り、エレベーション角度を ϵ [rad]、トラベリング角度を λ [rad]、ピッチ角度を ρ [rad]、吊り荷の揺れ角度を θ [rad]とする。

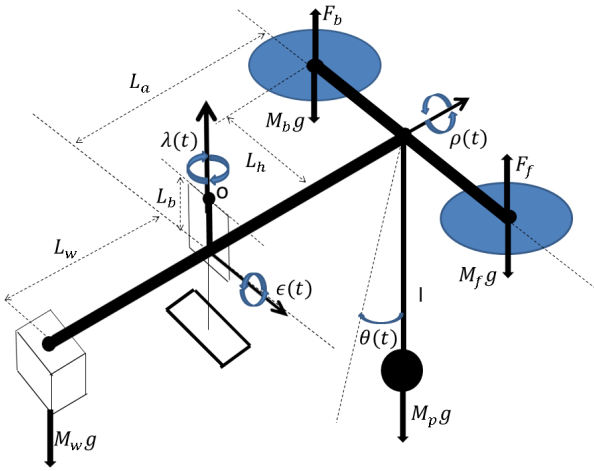


図1 3自由度ヘリコプタの概略図

状態変数を $x(t) = [\epsilon(t) \rho(t) \lambda(t) \theta(t) \dot{\epsilon}(t) \dot{\rho}(t) \dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t)]^T$, 入力を $u(t) = [u_f(t) u_b(t)]^T$ として状態方程式を定める。

$$\begin{cases} E_0 \dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_3 & e_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_4 & e_5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e_1 = (L_a^2 + L_b^2)(M_f + M_b + M_p) + M_w(L_w^2 + L_b^2) \quad (3)$$

$$e_2 = L_h^2(M_f + M_b) \quad (4)$$

$$e_3 = (L_a^2 + L_h^2)(M_f + M_b) + L_w^2 M_w + L_a^2 M_p \quad (5)$$

$$e_4 = L_a^2 M_p, \quad e_5 = l^2 M_p \quad (6)$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$a_1 = -(M_f + M_b + M_w + M_p)g L_b \quad (8)$$

$$a_2 = -(u_{f0} + u_{b0})\sqrt{L_a^2 + L_b^2} K_f, \quad a_3 = M_p g L_a \quad (9)$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & -b_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$$b_1 = \sqrt{L_a^2 + L_b^2} K_f, \quad b_2 = K_f L_h \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

3 拡大系の導出

出力 ϵ, λ を目標値に定常偏差なく追従させるために拡大系を導出する。観測出力 $y(t)$ と目標値 $r(t)$ との偏差を $e(t)$ とし、区間 $[0, t]$ で積分した値を $\int e(t)dt$ とする。拡大系の状態変数を $x_e(t) = [\int e_\epsilon(t)dt, \int e_\lambda(t)dt, x(t)]^T$ とすると、以下ようになる。ただし、 $A = E_0^{-1} A_0, B = E_0^{-1} B_0$ とする。

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u(t) \\ e(t) = C_e x_e(t) \end{cases} \quad (13)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & O_{8,2} \\ -C & O_{2,2} \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} B \\ O_{2,2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C_e = \begin{bmatrix} -C & O_{2,2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

4 制御系設計

4.1 最適サーボシステム

システムに対して評価関数を次のように定義し、最小化を行う。

$$J_e = \int_0^\infty (e(t)^T Q_1 e(t) + \omega(t)^T Q_2 \omega(t) + u(t)^T R_e u(t)) dt \quad (16)$$

ただし、重み行列を $Q_1 > 0, Q_2 > 0, R_e > 0$ とする。式(16)を最小にするコントローラーゲイン $K_e = [K \ G]$ はリッカチ方程式の正定対称解 P_e を用いて導出する。

4.2 同一次元オブザーバ

実験機は吊り荷の揺れ角度 $\theta(t)$ とその一回微分 $\dot{\theta}(t)$ を観測することができない. よって入力信号 $u(t)$ と出力信号 $\epsilon(t), \rho(t), \lambda(t), \dot{\epsilon}(t), \dot{\rho}(t), \dot{\lambda}(t)$ から状態変数を推定する同一次元オブザーバを用いる. 出力フィードバックコントローラは次のように表せる [1].

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(\eta(t) - \bar{C}\hat{x}(t)) \\ u(t) = K\hat{x}(t) + G\omega(t) \end{cases} \quad (17)$$

L はオブザーバゲインである. 分離定理によりコントローラゲイン K_e とオブザーバゲイン L は独立に設計できる.

4.3 カルマンフィルタ

カルマンフィルタは入力や出力にノイズが存在するとき, ノイズを低減させるための同一次元オブザーバを設計する手法の一つである. 以下のようにシステムを定める.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + v(t) \\ \eta(t) = \bar{C}x(t) + \sigma(t) \end{cases} \quad (18)$$

ただし v はシステムノイズ, σ は観測ノイズである. v, σ はそれぞれ無相関な白色ノイズであり, 平均値が 0 であると仮定すると以下の式を満たす.

$$E[v(t)v(t)^T] = Q_k\delta(t - \tau), Q_k \geq 0 \quad (19)$$

$$E[\sigma(t)\sigma(t)^T] = R_k\delta(t - \tau), R_k > 0 \quad (20)$$

このとき, 推定誤差の共分散行列は以下ようになる.

$$J_k = \lim_{x \rightarrow \infty} E[\{x(t) - \hat{x}(t)\}\{x(t) - \hat{x}(t)\}^T] \quad (21)$$

式 (21) を最小にするカルマンゲイン F はリッカチ方程式の正定対称解 P_k を用いて導出する.

$$F = P_k \bar{C}^T R_k^{-1} \quad (22)$$

5 シミュレーション

システムの極に対して, オブザーバゲイン L とカルマンゲイン F を設計した. 図 2 にそれぞれの固有値を示す.

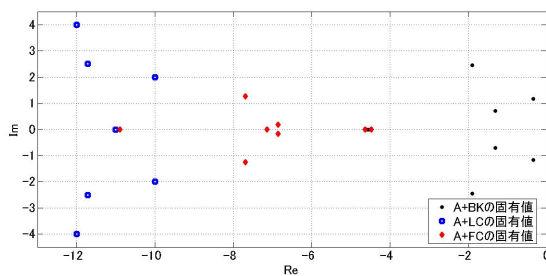


図 2 推定誤差システムの極配置

吊り荷の揺れを考慮していないコントローラと, オブザーバ並びカルマンフィルタを利用した出力フィードバックコントローラによる振る舞いを比較する. トラベリング角度を $0[\text{deg}]$ から $180[\text{deg}]$ へ追従させた時のトラベリング角度を図 3, 吊り荷の揺れ角度の推定値を図 4 に示す.

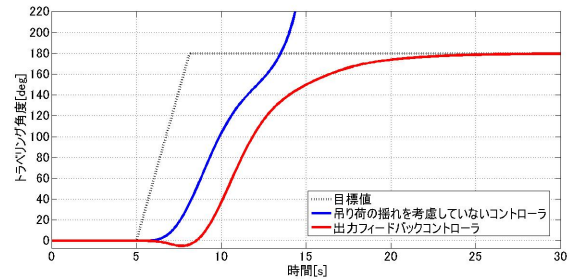


図 3 トラベリング角度を $0[\text{deg}]$ から $180[\text{deg}]$ へ追従

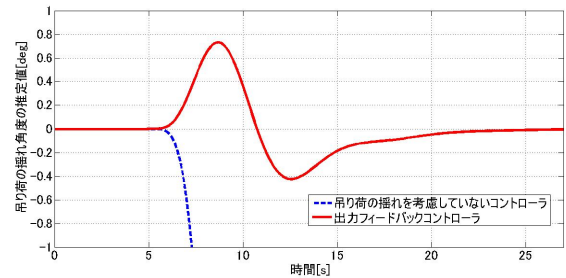


図 4 吊り荷の揺れ角度の推定値

実際のヘリコプタはダウンウォッシュの影響を受けて吊り荷が揺れる. ロープ長を 0.5m , 吊り荷の質量を 0.15kg とした時, システムノイズを θ に, 観測ノイズを ϵ, ρ, λ に混入させてダウンウォッシュを想定した. 同一次元オブザーバとカルマンフィルタによる吊り荷の揺れ角度の推定値の比較を比較を図 5 に示す.

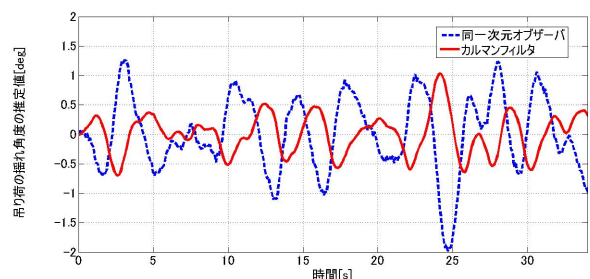


図 5 吊り荷の揺れ角度の推定値

6 おわりに

本研究では, 観測できない吊り荷の揺れを抑制するため最適サーボシステムを構成してコントローラゲイン K_e を設計した. 同一次元オブザーバを構成してオブザーバゲイン L およびカルマンゲイン F を設計した. シミュレーションによりカルマンフィルタを利用した出力フィードバックの有用性を示した.

参考文献

- [1] 島崎, 池田: 『オブザーバを用いた積分型最適サーボ系の 2 自由度構成』, システム制御情報学会論文誌, Vo.6, No.7, pp347-349, 1993.