

ゲインスケジューリングによるロータの回転速度を考慮した 磁気軸受の制御

2012SE007 青山 智法

指導教員 高見 勲

1 はじめに

磁気軸受は、電磁石の吸引力によって回転体を磁気浮上させることで、回転体に非接触な支持をする軸受である。そのため摩擦による部品の消耗が少なくなり、潤滑油が不要となる利点をもつ [1]。しかし、その一方で電磁石によって発生する力が非線形な特性をもつため、ロータの回転を安定化させなければならないという問題がある。本研究では、ロータの回転速度に対してロバスト安定性を保証し、ロータを安定化させる。また、ロータの回転速度を考慮したパラメータ依存リアプノフ関数に基づくゲインスケジューリング制御器設計を行い、シミュレーションによって検証する。

2 モデリング

本研究で用いる制御システムの対象の簡略図を図 1 に示す。本研究では、ロータ回転速度が 0[rpm] から 25000[rpm] まで変化するものとする。また運動方程式の導出において、ロータは剛体であり、どの回転軸においても対称であること、電磁石の特性は全て同等であることを仮定する。

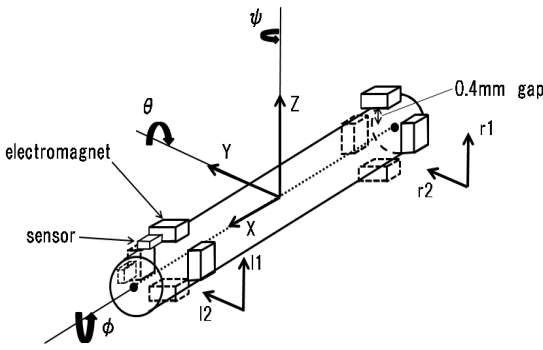


図 1 簡略化したモデル

y を Y 軸方向の変位、 z を Z 軸方向の変位、 θ を Y 軸まわりの回転角、 ψ を Z 軸回りの回転角、 J_x を X 軸まわりの慣性モーメント、 J_y を Y 軸まわりの慣性モーメント、 p をロータの回転速度、 f_j を電磁石の吸引力、 g_j を微小変位とする。なお添え字について、 $l1, r1$ を左右鉛直方向、 $l2, r2$ を左右水平方向、とし、 $j = \{l1, r1, l2, r2\}$ とする。また、ロータの質量を m 、シャフトの半径を $r1$ とし、重心から左側、右側までのそれぞれの距離を l_{ml}, l_{mr} とする。ロータの Y 軸、 Z 軸の並進運動と回転運動に対する運動方程式はそれぞれ以下の式 (1), (2), 式 (3), (4) のとおりである。

$$m\ddot{y} = f_{l2} + f_{r2} \quad (1)$$

$$m\ddot{z} = f_{l1} + f_{r1} + mg \quad (2)$$

$$J_y\ddot{\psi} = -J_x p \dot{\theta} - f_{l2} l_{ml} + f_{r2} l_{mr} \quad (3)$$

$$J_y\ddot{\theta} = -J_x p \dot{\psi} + f_{l1} l_{ml} - f_{r1} l_{mr} \quad (4)$$

電磁石吸引力は以下の式 (5) で与えられる。 I_j は定常電流、 i_j は入力、 I_1 はバイアス電流である。

$$f_j = k \frac{(I_1 + I_j + i_j)^2}{(g_j - (r_1 + G_1))^2} - k \frac{(I_1 - I_j + i_j)^2}{(g_j + (r_1 + G_1))^2} \quad (5)$$

式 (5) は非線形方程式である。制御対象は、動作点であまり変化しないため、電磁石吸引力式 (5) を平衡点においてテイラー展開すると、式 (6) のように表される。

$$f_j = k \frac{4I_1 I_j}{(r_1 + G_1)^2} + K_{xj} g_j + K_{ij} i_j \quad (6)$$

ただし、 K_{xj}, K_{ij} はそれぞれ以下のとおりである。

$$K_{xj} = k \frac{4(I_1^2 + I_j^2)}{(r_1 + G_1)^3}$$

$$K_{ij} = k \frac{4I_1}{(r_1 + G_1)^2}$$

状態変数を $g(t) = [g_{l1} \ g_{r1} \ g_{l2} \ g_{r2} \ \dot{g}_{l1} \ \dot{g}_{r1} \ \dot{g}_{l2} \ \dot{g}_{r2}]^T$ 、また入力を $u(t) = [i_{l1} \ i_{r1} \ i_{l2} \ i_{r2}]^T$ と定義すると、状態方程式は以下のように表される。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (7)$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} O & I \\ \hat{A}_1 & O \end{bmatrix}, A_2 = p \begin{bmatrix} O & O \\ O & \hat{A}_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_5 & a_6 \\ 0 & 0 & a_7 & a_8 \end{bmatrix}, \hat{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_9 & a_{10} \\ 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} & 0 & 0 \\ a_{15} & a_{16} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} O \\ \hat{B}_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_1 = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & 0 & 0 \\ b_3 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_5 & b_6 \\ 0 & 0 & b_7 & b_8 \end{bmatrix}$$

$$C = I_{8 \times 8}$$

3 制御器設計

システムに対して評価関数 J を式 (8) のように与える.

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (8)$$

またロータの回転速度のパラメータ p の変動範囲を式 (9) のように定義する.

$$\alpha \in [\underline{p}, \bar{p}] = [0, 2.617 \times 10^3] \quad (9)$$

式 (8) の評価関数 J を最小化するような状態フィードバック形式のコントローラ $u(t) = Kx(t)$ を導出する. ここで, パラメータ依存 Lyapunov 関数を式 (10) のように表す.

$$V(x, \alpha) = x(t)^T P(\alpha)x(t) \quad (10)$$

このときリッカチ不等式が以下の式 (11) のように表される. ただし, $X(\alpha) = P(\alpha)^{-1}$, $Y(\alpha) = K(\alpha)X(\alpha)$ とする.

$$\begin{aligned} & He\{(A(\alpha)X(\alpha) + BY(\alpha))\} - \dot{X}(\alpha) \\ & - Y(\alpha)^T R Y(\alpha) + X(\alpha)QX(\alpha) < 0 \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) において, $A(\alpha)X(\alpha)$ によって変動パラメータ p の二乗項が存在するため, アフィンとなるような $X(\alpha)$, $Y(\alpha)$ を以下の式 (12), (13) で与える.

$$X(\alpha) = X_a + \alpha X_b \quad (12)$$

$$\begin{aligned} X_a &= \begin{bmatrix} X_{a11} & X_{a12} \\ X_{a21} & X_{a22} \end{bmatrix}, X_b = \begin{bmatrix} X_{b11} & O_{4 \times 4} \\ O_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} \end{bmatrix} \\ Y(\alpha) &= Y_a + \alpha Y_b \end{aligned} \quad (13)$$

$$Y_a = \begin{bmatrix} Y_{a11} & Y_{a12} \\ Y_{a21} & Y_{a22} \end{bmatrix}, Y_b = \begin{bmatrix} Y_{b11} & Y_{b12} \\ Y_{b21} & Y_{b22} \end{bmatrix}$$

また, 式 (11) において $\dot{X}(\alpha)$ が存在するため, 以下の式を定義する. ただし, $\dot{\alpha} \in [\underline{\dot{p}}, \bar{\dot{p}}] = [0, 2.617 \times 10^2]$ とする.

$$S(\dot{\alpha}) = \dot{X}(\alpha) = X(\dot{\alpha}) - X_a \quad (14)$$

ここで, パラメータボックスを式 (15) のように定める.

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= [\alpha_1, \alpha_2] \\ \alpha_1 &\in [\underline{p}, \bar{p}], \alpha_2 \in [\underline{\dot{p}}, \bar{\dot{p}}] \end{aligned} \quad (15)$$

このとき, それぞれの頂点を $\hat{\alpha}_v$ ($v = 1, 2, 3, 4$) として, 以下の式 (16) で表す.

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_v &= (\alpha_{1v}, \alpha_{2v}), (v = 1, 2, 3, 4) \\ \hat{\alpha}_1 &= (\underline{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2), \hat{\alpha}_2 = (\underline{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2) \\ \hat{\alpha}_3 &= (\bar{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2), \hat{\alpha}_4 = (\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2) \end{aligned} \quad (16)$$

システムの行列 A に対してロータの回転速度が最小値, 最大値のときを, ポリトープ表現を用いることによって, 保証する. 以上のことから, LMI 条件式は次のようになる.

$$X(\hat{\alpha}_v) > 0$$

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X(\hat{\alpha}_v) \end{bmatrix} \succ 0, \text{trace}(Z) \prec \gamma$$

$$\begin{bmatrix} He\{M(\hat{\alpha}_v)\} - S(\hat{\alpha}_v) & (Q_h X(\hat{\alpha}_v))^T & (R_h Y(\hat{\alpha}_v))^T \\ Q_h X(\hat{\alpha}_v) & -I & O \\ R_h Y(\hat{\alpha}_v) & O & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$M(\hat{\alpha}_v) = A(\hat{\alpha}_v)X(\hat{\alpha}_v) + BY(\hat{\alpha}_v), (v = 1, 2, 3, 4)$$

4 シミュレーション

ゲインスケジューリングとロバスト LQ 最適制御について比較したシミュレーション結果を以下に示す. 図 2 は鉛直方向 $l1$ における微小変位を示す. また図 3 はゲイン K における変位を示したものである.

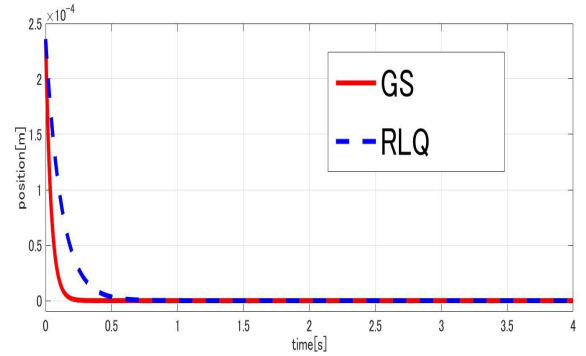


図 2 鉛直方向 $l1$ における微小変位

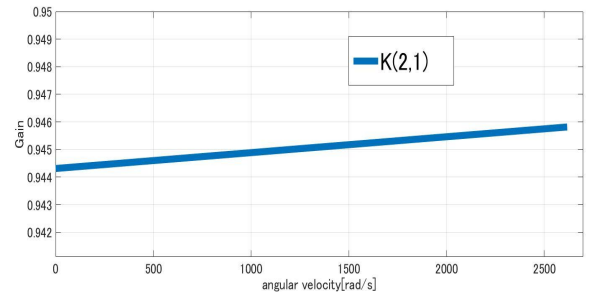


図 3 ゲインの変位

5 おわりに

ゲインスケジューリング制御によって, 制御器の状態変化を変動させて調整することで, ロータを安定化されることをシミュレーションで検証した. 今後の課題としては, 制御対象を用いた実験を行い, ゲインスケジューリング制御が有効であることを検証することが挙げられる.

参考文献

- [1] 滑川徹, 瀬戸洋紀, 丸山和伸: H_{∞} DIA 制御による磁気軸受における回転性能の実験的検証, 日本機械学会論文集, 第 42 期総会・講演会論文集, No.047-1, (2005)