

立方体・四単面体の共通展開図の新しい構成法

2012SE206 大田 竜矢

指導教員：杉浦 洋

1 はじめに

折り紙は紙を折ることですさまじなかたちを作る伝統的な遊び・創作活動であり、私たちになじみのあるものである。この折り紙は近年、ORIGAMIとして国際的な広がりをみせている。また、数学、情報科学、材料科学、構造工学、建築、デザイン、芸術、教育、歴史などの多様な側面からも研究されており、表現としての折り紙が工学的に応用される一方で、逆に数理的手法によってさまざまな作品表現が生まれるなど、折り紙研究は領域横断的・統合的な発展を遂げている [1]。

本論文では、立方体と四単共通展開図で立方体の蓋の部分になる上下の4つの蓋の形をそれぞれ異なったものにし、より自由度の高い、高度な蓋の共通展開図を立方体の展開図のうち四面体が折れるものの中から見つけ出すことを目標とする。また参考文献の定理に基づき、立方体の展開図を変形することを目標とする。

2 四面がそれぞれ異なった蓋の共通展開図作成

四面がそれぞれ異なったより複雑な蓋の設計を行う。

しかし、逐一手動で設計していると膨大な時間が掛かるので、プログラム化し、Mathematica で実行することにより、より複雑な蓋の設計に対応させた。

蓋を区切る間隔を四面の蓋を2分割、3分割と徐々に蓋の面を分割していき、それぞれが異なるものが見つかるまで分割していった。1/6すなわち蓋を6分割で設計した時に初めて四面それぞれが異なる蓋の設計に成功したので採用する。

手順としては、前章と同様に任意の位置からスタートし、赤色の面を展開図の内(蓋)とし、青色の面を展開図の外とする。まず、スタート地点から180°回転した部分が展開図の外側になるので青になるようにする。そうすると、その青の場所の90°回転した部分は展開図の内でないといけなくて赤になる。さらに、その赤の部分の180°回転した場所は同様に展開図の外側になるので青となる。そうすると、その青の場所の90°回転した部分は展開図の内でないといけなくて赤になる。これをスタート地点の赤に戻るまで繰り返し行う。図1

これでは全ての面が埋まっていないので、新たに任意の場所(今回はさっきの1つ左)からタイリングを行う。スタート地点から180°回転した部分が展開図の外側になるので青になるようにする。そうすると、その青の場所の90°回転した部分は展開図の内でないといけなくて赤になる。さらに、その赤の部分の180°回転した場所は同様に展開図の外側になるので青となる。そうすると、その青の場所の90°回転した部分は展開図の内でないといけなくて

赤になる。これをスタート地点の赤に戻るまで繰り返し行う。図2

スタート地点まで戻っても全ての面が埋まっていない場合は、先ほどと同様に任意の場所からタイリングを行い、元の場所に戻るまで赤、青で埋める。これは、図1と図2からわかるようにお互いはそれぞれ独立なので可能である。

また、タイリングの過程で蓋が孤立する問題が生じた場合は、赤と青を入れ替えることによって解決をする。図9

そして、全ての面が埋まったら、一つに組み合わせて蓋の設計図を得る。図10

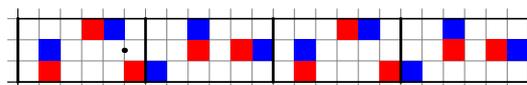


図1 成功例

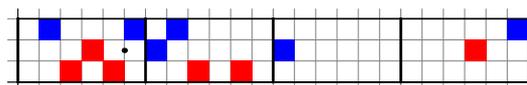


図2 成功例

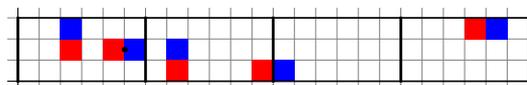


図3 成功例

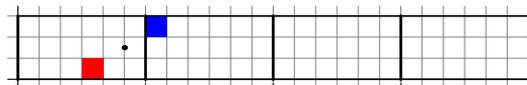


図4 成功例

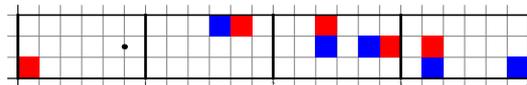


図5 成功例

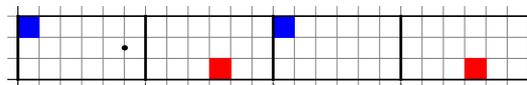


図6 成功例

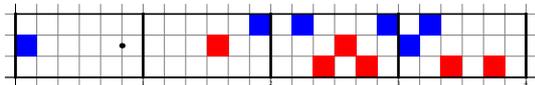


図 7 成功例



図 8 成功例

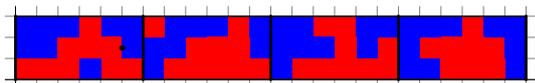


図 9 問題が生じた例

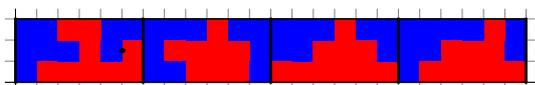


図 10 成功例

3 設計

次に単四面体が折れる様に線を引き設計を行う。

手順 1 回転中心同士を線で引く。

手順 2 手順 1 の線を両端にも平行移動して線を引く。2 だけずらす。

これらを行うと以下のような図になる。図 11

引いた線に沿って切ると以下のような展開図が完成する。図 12

出来上がった展開図を組み立てると単四面体が出来上がる。図 13

さらに、切り出した展開図を筒状にしてその両端を縦と横にして上下を合わせると単四面体が出来上がるので、共通展開図が完成した。

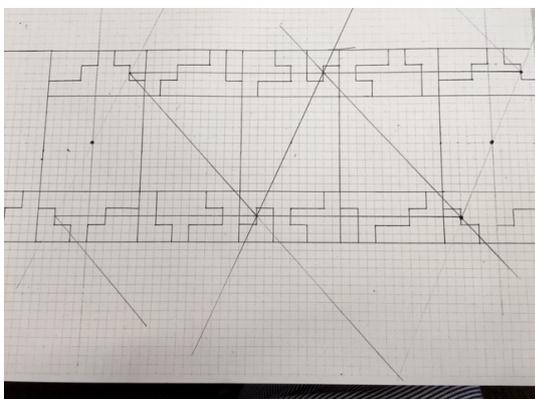


図 11 設計後の展開図

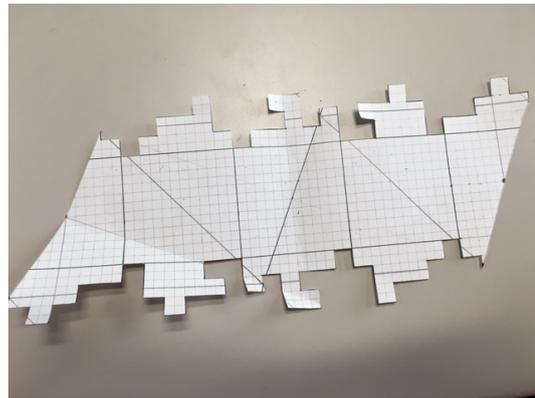


図 12 出来た展開図

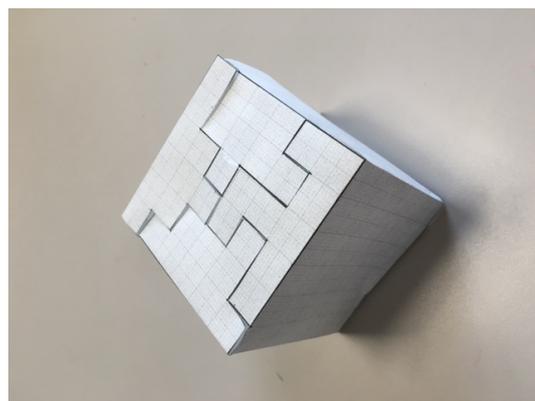


図 13 完成した立方体

4 おわりに

本論文では、共通展開図を多数作製した。作製するにあたり、展開図を座標平面という数学の中でも最も基本的な道具を使って解き明かした。さらに、設計する四つの蓋をそれぞれ異なったのもでも作ることが可能であり、上の蓋と下の蓋は独立であるので、それぞれ異なった形であっても成り立つことがわかった。それによってより自由度の高い蓋の設計が可能であることが判明した。また共通展開図は、本論中に述べた宇宙工学など、実用性が高いことがわかった。実際に作製した共通展開図を定められた折り線で折ることにより、実際に一つの展開図で二つの立体が折れることわかった。今回は立方体の展開図から単四面体を作成したが、その他の立体の展開図からまた別の立体を作る、より複雑な蓋の作成、というのが今後の課題である。

参考文献

- [1] 舘 知宏：『折紙ファブリケーションとコンピューテーション』, 2013.