

3D プリンターによる錯視立体の作製

2011SE027 花岡 直

指導教員：杉浦洋

1 はじめに

本稿で扱う「錯視立体」は、特定の視点から見た時実体と全く異なる立体構造に見える作品である。設計方針の一つは杉原による、線形計画法を用いた「不可能立体図」の立体化である。しかし設計が完了しても多数の平行6面体を組み合わせた作品を製作することは従来の例えばペーパークラフトのような手作りでは時間もかかり精度もでない。そこでそのような作品をコンピューター上で設計し、そのまま3Dプリンターで製作することを試みる。

2 遠近反転法を使った錯視立体

不可能立体の絵と言われるだまし絵から立体を作りたい。しかし、多くの不可能立体はその名のとおり、立体にすることは不可能である。しかし、不可能立体のだまし絵の中には立体にできるものがある。そこで、だまし絵を立体化する前に、立体化できる可能性のあるだまし絵を描く杉原の遠近反転法 [3] について述べる。

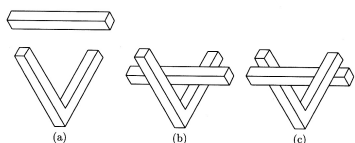


図1 遠近反転法を用いただまし絵「Vと棒」

図1(a)は、1本の角材からなる立体と、2本の角材をV字型につないでできた立体の投影図である。空間でV字型立体の隙間にもうひとつの角材を素直に通すと、同図の(b)に示す投影図が得られる。これは実際にあり得る状況を描いた正しい絵である。

次に、図1(b)の絵のなかで、見えている部分とその後ろに隠されている部分を入れ替えると、同図の(c)の絵が得られる。これはだまし絵といってよいであろう。なぜなら立体どうしの前後関係が普通ではないからである。

どう普通ではないかをもう少し詳しく説明すると次のとおりである。

図1(a)に書かれた横向きの角材は、右側の切り口が見えていて左側の切り口は見えていない。だから、左より右のほうが視点に近いと解釈できる。一方、V字型の立体は左側の切り口が見えていて、右側は見えないから、右より左のほうが視点に近いと解釈できる。しかし、図1(c)では、この遠近関係に反するように立体が組み合わされている。つまり、視点に近い部分が、視点から遠い部分に隠されているように見える。これが、この絵をだまし絵と感じる理由である。

だまし絵「Vと棒」に対し、線形方程式、不等式の解から立体の数値データを作成し、その展開図を計算機で描く。それらを3Dプリンターで作製したものが以下の図である。(a)はだまし絵として見える視点、(b)は別の視点から撮影したものになる。

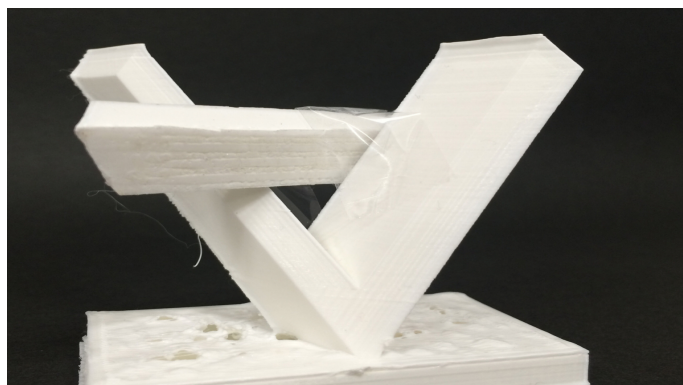


図2 a

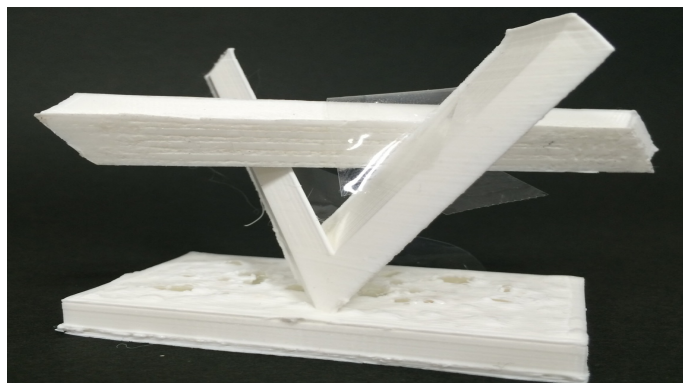


図3 b

3 3Dプリンターの特性を利用した錯視立体の設計

3Dプリンターは紙細工と違い平面だけでなく自由な曲面を作り出すことができる。したがって多面体と錯覚する錯視立体を平面で構成する必要がない。4章の杉原の設計法では空間全体を一つの点投影と平行投影で変換し、錯視立体を設計した。それは数学的な美しさを追求した結果でもあるが、作品が紙細工として製作が用意できるように考慮せざるを得ない限界を認識した結果でもある。

3Dプリンターを用いることを前提とすれば、部品ごとに、あるいは、面ごとに投影のパラメータを変化させて作品を設計することができる。

4 部分投影法

結果として、視覚される仮想的な物体を A とする。錯視立体 A' を視点 m から見て A に見えるように設計する

物体 A の表面の点を p とする。視点 m から見て、

$$p' = m + \lambda(p - m) \quad (\lambda > 0) \quad (1)$$

は p であるかのように見える。 $\lambda > 0$ は任意であり、点 p の関数として自由に設定できる。

5 のけぞった雪だるま

例としてある視点から見ると普通の雪だるまであるが、実際は後傾した立体である作品を設計する。視点を $m = (m_x, 0, m_y)$, $m_x > 0, m_z > 0$ とする。写像関数を

$$p' = T(\forall b m p)m + \lambda(p)(p - m), \lambda(p) = a p_z \quad (2)$$

とする。床面 (xy 平面) からの高さに比例して点 p は遠い点に変換され、後傾した立体 A' が設計できる。図 6.1 に作品を示す。



図 4 雪だるま

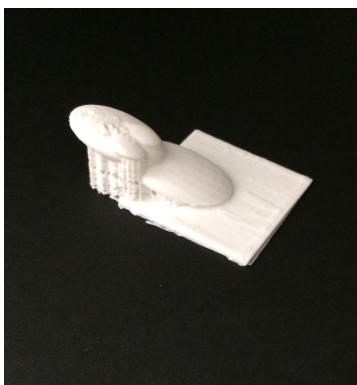


図 5 雪だるま 2

6 転がり上がる橋

図 6.2 のような橋に錯覚する錯視立体を作成する。まず橋の 3 つの部品に分けて写像関数 (6.2) を設計し、それぞれを $T_1(p), T_2(p), T_3(p)$ とする。 $T_1(p)$ は右から左へ下っ

ていくのを左から右に下っていくように投影し、 $T_2(p)$ は高い位置にあるものから低い位置へと投影し、 $T_3(p)$ は左から右に下っていくのを右から左へ上っていくように投影する。またそれぞれに立っている柱は部品との接着部分に向かって投影する。部品によって接着面が違うので柱は 3 つとも上面と下面で投影関数が異なる。図 6.3 を作品に示す。

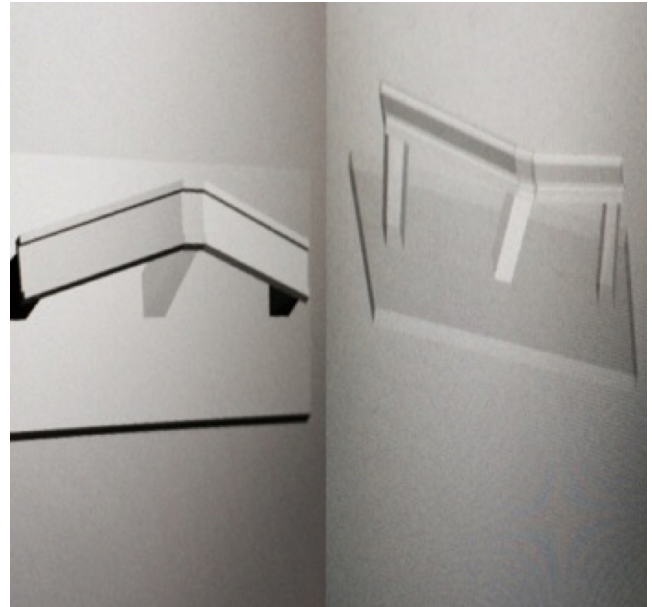


図 6 上っていく滑り台

7 成果と課題

杉原に基づき、ありえないように見える錯視立体の設計法を学び、実際にそれを 3D プリンターにより作成した。一昨年島田は紙による作成を試みたがそれに比べて格段に精度の高い作品となった。

杉原の設計法は一つの点投影あるいは平行投影で変換を行うため数学絵的には美しく、平面性が保たれるという長所がある。しかし、設計は難しく、その設計法が理論的に使えない作品も多い。

そこで我々は作品の部品ごと面ごとに異なる投影面を設定し、設計の柔軟性を確保する方法を考案した。その方法に基づきいくつかの作品を作成し、錯視効果を確認した。

今後、いくつかの目標を定めて作品を作製し自然に錯視が起こる条件を確定することは必要である。また今回作製した作品は単眼視においては効果的に錯視を起こすことができるが、両眼視においては多少の不自然感を伴う。これを克服するような方法を開発することも興味深い課題である。

8 参考文献

- [1] 島田 悠史:『錯視立体の作製』。
- [2] 杉原 厚吉:「だまし絵と線形代数」, 共立出版, 2008.