

実例を用いた数学の問題づくり

2012SE058 稲垣元哉

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

本研究の目的は、数学の授業において、いかに生徒に理解させるかを考えるだけでなく、いかに生徒に興味関心をもたせるかについても考えることである。そのために2つの研究を行なった。1つ目の研究は、啓林館の中学校数学の教科書 [2] について、生徒が数学をさらに身近に感じることができるよう教科書の行間を埋めることである。2つ目の研究は、生徒が数学を習う意味を理解し、学ぶ意欲が高まるように身近な内容から問題を作成することである。この2つ目の研究は、教育実習時に生徒たちから、「なぜこの内容を習わなければならないのか」という質問を多く耳にしたことが動機になっている。

1つ目の研究である教科書の行間埋めについては、具体的には、[2] と、他の6社の教科書 [1], [3-7] を比較し、生徒がつまづきそうな部分について細かい解説を補足し、具体例についても補足した。対象とする単元は、第2学年の「式の計算」、「連立方程式」とした。

2つ目の研究である実例を用いた問題づくりについては、対象とする単元を第2学年の「式の計算」、「連立方程式」、「一次関数」とし、2012年12月から文部科学省が発足させた「育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会」において推奨されている教科横断型学習に重点を置き、身近な内容の中でも特に他教科で学習するような内容を用いて問題作成を行なった。

本稿では、2節で行間埋めの例を示し、3節で実例を用いた問題づくりの例を示す。

2 行間埋めの例

この節では、[2] の行間埋めの例を示す。卒業論文では24個の例を挙げたが、本稿ではそのうちの1つの例を示す。その例は、引用部分、補足内容、補足した理由で構成する。

例 1. 連立方程式の利用

引用部分.

例題 1 ある博物館の入館料は、おとな2人と中学生1人で1300円、おとな1人と中学生2人で1100円です。おとな1人と中学生1人の入館料は、それぞれいくらですか。

例題 1 で、おとなの入館料を500円、中学生の入館料を300円とすると、

おとな2人と中学生1人で1300円、
おとな1人と中学生2人で1100円

となり、これは問題にあっています。

補足内容.

ある博物館の入館料は、おとな2人と中学生3人で2,600円、おとな1人と中学生2人で1,800円です。おとな1人と中学生1人の入館料は、それぞれいくらですか。

補足した理由.

方程式の解が問題にあっていない問題を補足し、問題にあっていないとはどのような場合のことを指すのか、ということを理解させる。

3 実例を用いた問題づくりの例

この節では、実例を用いた問題づくりの例を示す。卒業論文では9個の問題を作成したが、本稿ではそのうちの1つを示す。具体的には、作成した問題、解答の考え方、作成した理由を示す。ただし、解答の考え方は、立式の段階までを示す。

作成した問題.

ある雑誌(年間24冊発行)を以前から紙媒体で年間購読していたAさんと、電子媒体で年間購読をしていたBさんは、それぞれ購読の方法を変えることにしました。Aさんは紙媒体で年間購読を、Bさんは電子媒体で年間購読を始めたところ、二人合わせて年間購読のときよりも4,800[円/年]安くなりました。その後、学割を用いた購読が始まったので、Aさんが紙媒体で学割を利かせた年間購読を始め、Bさんは電子媒体で学割を利かせた年間購読を始めたところ、二人合わせて年間購読のときよりも12,000[円/年]安くなりました。紙媒体については年間購読から年間購読に変えると25%安くなり、学割を利かせると、学割なしの年間購読よりも50%安くなることが分かっています。また、電子媒体については年間購読から年間購読に変えると5%安くなり、学割を利かせた年間購読に変えると年間購読より30%安くなることが分かっています。それぞれの媒体で学割を利かせた年間購読をする場合、年間にかかると金額を求めなさい。

解答の考え方.

問題文から次の数量関係を抽出できる。

$$\begin{aligned} & (\text{年間購読(紙)} + \text{年間購読(電子)}) \times 24 \\ & = (\text{月間購読(紙)} + \text{月間購読(電子)}) \times 24 - 4800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\text{年間購読(学割)(紙)} + \text{年間購読(学割)(電子)}) \times 24 \\ & = (\text{月間購読(紙)} + \text{月間購読(電子)}) \times 24 - 12000 \end{aligned}$$

表3 紙媒体の場合

	月間購読	年間購読	年間購読 (学割)
割引率		25%	50%
割合		75%	50%
一冊あたりの値段	$\frac{100}{50}x$	$\frac{75}{100} \times \frac{100}{50}x$	x
年間でかかる値段	$\frac{100}{50}x \times 24$	$(\frac{75}{100} \times \frac{100}{50})x \times 24$	$x \times 24$

立式は、どの数量を文字で置くかによって2つの場合に分けて考える。

(I) 月間購読を文字で置く場合

数量関係を表にまとめると表1, 表2のようになる。

表1 紙媒体の場合

	月間購読	年間購読	年間購読 (学割)
割引率		25%	50%
割合		75%	50%
一冊あたりの値段	x	$\frac{75}{100}x$	$\frac{50}{100}x$
年間でかかる値段	$x \times 24$	$\frac{75}{100}x \times 24$	$\frac{50}{100}x \times 24$

表4 電子媒体の場合

	月間購読	年間購読	年間購読 (学割)
割引率		5%	30%
割合		95%	70%
一冊あたりの値段	$\frac{100}{70}y$	$\frac{95}{100} \times \frac{100}{70}y$	y
年間でかかる値段	$\frac{100}{70}y \times 24$	$(\frac{95}{100} \times \frac{100}{70})y \times 24$	$y \times 24$

表2 電子媒体の場合

	月間購読	年間購読	年間購読 (学割)
割引率		5%	30%
割合		95%	70%
一冊あたりの値段	y	$\frac{95}{100}y$	$\frac{70}{100}y$
年間でかかる値段	$y \times 24$	$\frac{95}{100}y \times 24$	$\frac{70}{100}y \times 24$

これらの表から以下の3通りの方法で立式できる。

(i) 問題文から立式した場合

$$((1 - \frac{25}{100})x + (1 - \frac{5}{100})y) \times 24 = (x + y) \times 24 - 4800$$

$$((1 - \frac{25}{100} - \frac{25}{100})x + (1 - \frac{30}{100})y) \times 24 = (x + y) \times 24 - 12000$$

(ii) 一冊あたりのAさんとBさんの合計から立式した場合

$$(\frac{75}{100}x + \frac{95}{100}y) \times 24 = (x + y) \times 24 - 4800$$

$$(\frac{50}{100}x + \frac{70}{100}y) \times 24 = (x + y) \times 24 - 12000$$

(iii) 各人の年間でかかる値段から立式した場合

$$\frac{75}{100}x \times 24 + \frac{95}{100}y \times 24 = (x \times 24 + y \times 24) - 4800$$

$$\frac{50}{100}x \times 24 + \frac{70}{100}y \times 24 = (x \times 24 + y \times 24) - 12000$$

(II) 学割を利かせた年間購読を文字で置く場合

数量関係を表にまとめると表3, 表4のようになる。これらの表から以下の2通りの方法で立式できる。

(i) 一冊あたりのAさんとBさんの合計から立式した場合

$$(\frac{75}{100} \times \frac{100}{50}x + \frac{95}{100} \times \frac{100}{70}y) \times 24 = (\frac{100}{50}x + \frac{100}{70}y) \times 24 - 4800$$

$$(x + y) \times 24 = (\frac{100}{50}x + \frac{100}{70}y) \times 24 - 12000$$

(ii) 各人の年間でかかる値段から立式した場合

$$((\frac{75}{100} \times \frac{100}{50}x) \times 24 + (\frac{95}{100} \times \frac{100}{70}y) \times 24) - 4800$$

$$= (\frac{100}{50}x \times 24 + \frac{100}{70}y \times 24) - 4800$$

$$x \times 24 + y \times 24 = (\frac{100}{50}x \times 24 + \frac{100}{70}y \times 24) - 12000$$

作成した理由。

立式の仕方が人それぞれ異なりやすいように問題を作成

してあり、実際の授業ではグループワーク等で生徒同士が意見交流を行なうことにより文字の置き方について新たな発見ができるのではないかと考えた。

また、この問題は、プレジデント社の刊行している「PRESIDENT」のデータをもとに作成した。ただし、問題を解くにあたり計算が複雑にならないよう値を変更した。

4 おわりに

本研究では、[2]の行間埋めと、実例を用いた問題づくりの2つの研究を行なった。3節で挙げた問題は、実際に何人かの生徒に出題し、興味を持ってもらえた問題である。今後もこれらの研究を継続することにより、教科横断型学習をどのような分野で組み込むことができるのかについても研鑽していく。

参考文献

- [1] 岡部 恒治 ほか14名：『中学校数学 2』。数研出版，東京，2013.
- [2] 岡本和夫 小関熙純 森杉 馨 佐々木 武 ほか38名：『未来へひろがる 数学2』。啓林館，大阪，2013.
- [3] 澤田利夫 坂井 裕 ほか22名：『中学数学 2』。教育出版，東京，2013.
- [4] 重松敬一 ほか24名：『中学数学 2』。日本文教出版，大阪，2013.
- [5] 相馬一彦 ほか17名：『数学の世界 2年』。大日本図書，東京，2013.
- [6] 一松 信 岡田雄 町田彰一郎 ほか28名：『中学校 数学2』。学校図書，東京，2013.
- [7] 藤井齊亮 俣野 博 ほか39名：『新しい数学 2』。東京書籍，東京，2013.