

# 「方程式をたてること」に対する ポリアの問題解決法の具体例への適用

2012SE050 一ノ瀬智仁

指導教員：佐々木克巳

## 1 はじめに

本研究は、[3]で述べられている、「方程式をたてること」に対する問題解決法を考察する。その動機は、生徒がつまり可能性のある文章の数式化について興味を持ったからである。自分自身も何度か理解に苦しむ時期もあったため、何か助けになるものがないかと探していたときに、[3]を読み、さらに研究を進めることを決意した。

本研究の具体的な目的は、次の2つである。すなわち、1. ポリアの方法を日本の学習指導要領にあった形に変更した方法を提案すること、2. その方法を実際の問題に適用すること、の2つである。その実際の問題は、[1]の2章、3章、「力をつけよう」から15問、[2]の1章、2章、3章、「力をつけよう」から13問、[4]の1章、2章から18問、計46問抽出した。

本稿は、次の第2節で[3]の方法と本研究の方法を説明し、第3節で具体的な問題に適用した例を示す。

## 2 方程式をたてること

この節では、「方程式をたてること」に対する[3]の方法と本研究の方法を説明し、本研究の方法の利点を述べる。

まず、[3]の方法を説明する。[3]では、「方程式をたてる」方法を以下のように説明している。

- (1.1) 2列の表をつくり、左の列に適当に区切った言葉による説明をかき、右の列にはそれに対応する代数式をかいていく。
- (1.2) 左側の条件は並びかえなければならないことがある。
- (1.3) 条件を理解し、条件の各部分を分離し、それをかき表すことができるかと問わなければならない。

[3]では上の方法を2つの問題に適用している。以下にそのうちの1つの問題と適用結果である表を示す。

### 例 2.1.1([3])

問題. 体積が  $63\text{cm}^3$  で表面積が  $102\text{cm}^2$  である正方形の底面をもつ直角柱の高さ及び幅を求めよ。

適用結果. 表1に示す([3]では、「データは何か」、「条件は何か」、「条件を各部に分けよ」の考察のあとに表2を示し、方程式を求めている)。

次に、「方程式をたてること」に対する本研究の方法は、以下のとおりである。

- (2.1) 2列以上の表をつくる。
- (2.2) 1列目には、問題文をそのまま記述する。さらに、説明が必要な言葉は、問題文のあとにその説明を記

表1 例 2.1.1 の表 ([3] の方法)

言葉でかくと	数式でかくと
正方形の底面をもつ	
直角柱について	
底面の辺と	$x$
高さを求めよ.	$y$
第1に体積が与えられている.	63
底面の面積は $x$ の自乗に等しく	$x^2$
高さは $y$ だから	$y$
体積はその積である	$x^2y = 63$
第2に表面積が与えられている	102
表面積は1辺が $x$ の正方形2つの	$2x^2$
面積と	
底辺 $x$ 高さ $y$ の矩形4つの面積の	$4xy$
和で与えられる	$2x^2 + 4xy = 102$

述する。

- (2.3) 2列目には、1列目から読みとれる数量関係と、立式のための変数をどのようにおくかを示す。ただし、問題文に変数が与えられている場合や変数のおき方が慣例により明らかなきときは、この列を省略する。
- (2.4) 3列目 ((2.3) が省略されるときは2列目) には、その左の列に対応する代数式をかき。
- (2.5) 対応する言葉と数式には下線を引く。
- (2.6) (2.3) で説明を加えた言葉は、対応する部分を□及び()で囲む。

この方法で上の例 2.1.1 の表を作成すると、表2ようになる。

最後に、本研究の方法における利点を述べる。本研究の方法は、[3]の方法に比べ、次の利点があると考えられる。

- ・[3]の方法は、(1.2)における文の並べ替えの説明がない。一方、本研究の方法は、作成時に(1.2)の並べかえが不要であり、表を容易に書きはじめることができる。
- ・(2.5)と(2.6)の下線と□によって、言葉と数式、言葉と言葉、の対応が明確になる。
- ・数量関係を把握することは、中学校学習指導要領解説([5])の内容に合っている。具体的には、そのP.38にある、「…数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに…」に合っている。

### 3 具体的な問題への適用

この節では、本研究の方法を具体的な問題へ適用した結果を示す。1節で述べたとおり、本研究では46題に適用したが、本稿では、そのうちの1題に対する適用例を示す。

#### 例 3.1.1([4] P.42 問題 14)

問題. 1本 240 円のばらと 1本 300 円のゆりを合わせて 15 本買い、400 円の花かごに入れて、代金が 4500 円以下になるようにしたい。ゆりをなるべく多く入れるには、ばらとゆりをそれぞれ何本ずつ買えばよいか。

適用結果. 表 3 に示す。

### 参考文献

- [1] 岡本 和夫 他 38 名, 「未来へ広がる 数学 1」, 株式会社新興出版社啓林館, 大阪, 2012
- [2] 岡本 和夫 他 38 名, 「未来へ広がる 数学 2」, 株式会社新興出版社啓林館, 大阪, 2012
- [3] G. ポリア著, 柿内賢信訳, 「いかにして問題をとくか」, 丸善株式会社, 東京, 1954
- [4] 俣野 博 他 28 名 「数学 I」, 東京書籍株式会社, 東京, 2012
- [5] 文部科学省, 「中学校学習指導要領解説 数学編」, 教育出版, 東京, 2012

表 2 例 2.1.1 の表 (本研究の方法)

言葉でかくと	数量関係と変数のおき方	数式でかくと
体積が $63cm^3$ で	体積 = $63cm^3$	$x^2y = 63cm^3$
表面積が $102cm^2$ である	表面積 = $102cm^2$	$2x^2 + 4y = 128cm^2$
正方形の底面をもつ	直角柱の底面の面積 = 直角柱の幅 <sup>2</sup>	直角柱の底面の面積 = $x^2$
直角柱の高さ 及び 幅 を求めよ.	直角柱の高さ, 直角柱の幅	
体積 は…	体積 = 直角柱の底面の面積 × 直角柱の高さ	体積 = $x^2 \times y$
表面積 は…	表面積 = ( 直角柱の底面の面積 × 2 ) + (( 直角柱の 1 つの側面の面積 ) × 4)	表面積 = $(x^2 \times 2)$ + $(xy \times 4)$
( 直角柱の 1 つの側面の面積 ) …	( 直角柱の 1 つの側面の面積 ) = 直角柱の高さ × 直角柱の幅	( 直角柱の 1 つの側面の面積 ) = $y \times x$
直角柱の幅	$x$	
直角柱の高さ	$y$	

表 3 例 3.1.1 の表

言葉でかくと	数量関係と変数のおき方	数式でかくと
1本 240 円のばら と	240 円	
1本 300 円のゆり を	300 円	
合わせて 15 本買い,	ばらの本数 + ゆりの本数 = 15	$x + y = 15$
400 円の花かご に	400 円	
代金が 4500 円以下 になるようにしたい.	代金 ≤ 4500	$240x + 300y + 400 \leq 4500$
ゆりをなるべく多くいれる		
には, ばら と ゆり を	ばらの本数	
何本 ずつ買えばよいか.	ゆりの本数	
代金 は…	代金 = $(240 \times \text{ばらの本数})$ + $(300 \times \text{ゆりの本数}) + 400$	代金 = $240x + 300y$ + 400
ばらの本数	$x$	
ゆりの本数	$y$	