

時間軸状態制御形を用いた Control Moment Gyroscope の制御 ジェネレータの符号切換えを行わない手法

2012SE163 森 暁来

指導教員：大石泰章

1 はじめに

Control Moment Gyroscope (以下 CMG) とは、人工衛星の 3 軸姿勢制御用トルク発生装置である。CMG は一般的な人工衛星に使用されているリアクション・ホイールよりも数十倍大きなトルクを発生させることができ、将来的には大型宇宙機の姿勢制御に有効であると期待されている。しかし、CMG は劣駆動なノンホロミックシステムであり、線形制御理論の適用が困難という問題がある。

そこで本研究では、時間軸状態制御形 (参考文献 [1]) に変換することで線形制御理論が適用可能な形にし、制御系設計を行うことを考える。時間軸状態制御形とは、非線形システムを状態制御部と時間軸制御部の 2 つのサブシステムに分割した形式である。この形式を用いて、時間軸制御部を必ずしも安定化させずにフィードフォワード制御を行うことで、状態制御部を線形制御理論に基づいて安定化することが可能となる。同様の研究は文献 [2], [3] でも行われているが、時間軸の切換えを行うために目標値への収束に時間がかかるのが問題であった。本研究では時間軸の切り替えを行わない制御系を設計し、駆動源を持たないジンバルの目標値追従制御を行う。

2 モデリング

CMG の概略図を図 1 に示す。CMG は中心で回転するロータ 1 を囲うように、内側からジンバル 2, 3, 4 の 3 つのジンバルが連なった、計 4 つの剛体から成るシステムである。 q_1, q_2, q_3, q_4 はそれぞれロータ 1, ジンバル 2, 3, 4 の角度を表し、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ はそれぞれロータ 1, ジンバル 2, 3, 4 の角速度を表す。入力はロータ 1, ジンバル 2 を回転させるトルク T_1, T_2 であり、ジンバル 2 の可動域は $-\frac{\pi}{2} < q_2 < \frac{\pi}{2}$ である。各パラメータを、
 I_D, J_D : ロータ 1 の慣性モーメント $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$,
 J_C, K_C : ジンバル 2 の慣性モーメント $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$,
 K_B : ジンバル 3 の慣性モーメント $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$,
 K_A : ジンバル 4 の慣性モーメント $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$,
 $J_1 = J_C + J_D - K_C - I_D, J_2 = K_A + K_B + K_C + I_D$
と定める。システムの簡略化のため、ジンバル 3 をロックした状態 ($q_3 = \omega_3 = \dot{\omega}_3 = 0$) を考えると、運動方程式は

$$J_D \dot{\omega}_1 + J_D \dot{\omega}_4 \sin q_2 + J_D \omega_2 \omega_4 \cos q_2 = T_1, \quad (1)$$

$$(I_C + I_D) \dot{\omega}_2 - \frac{1}{2} J_1 \omega_4^2 \sin 2q_2 - J_D \omega_1 \omega_4 \cos q_2 = T_2, \quad (2)$$

$$(J_2 + J_1 \sin^2 q_2) \dot{\omega}_4 + J_D \dot{\omega}_1 \sin q_2 + J_D \omega_1 \omega_2 \cos q_2 + J_1 \omega_2 \omega_4 \sin 2q_2 = 0 \quad (3)$$

となる。

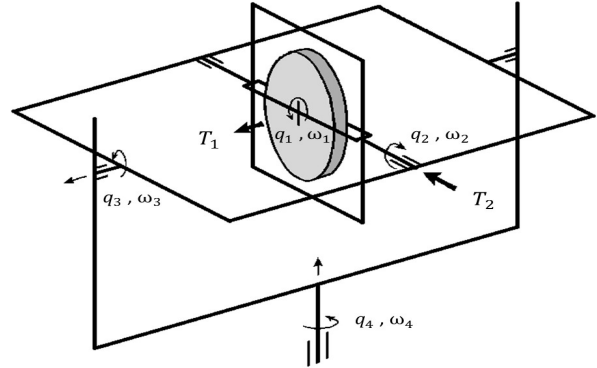


図 1 CMG の概略図

初期状態でジンバル 4 が静止している場合、(3) 式を時間積分することで拘束式

$$(J_2 + J_1 \sin^2(q_2)) \omega_4 + J_D \omega_1 \sin(q_2) = 0 \quad (4)$$

が得られる。(4) 式に ω_2 を加えて整理することで、

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \alpha(q_2) \end{bmatrix} \omega_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_2, \quad (5)$$

$$\alpha(q_2) = \frac{-J_D \sin(q_2)}{J_2 + J_1 \sin^2(q_2)} \quad (6)$$

となり、状態 $q = [q_1 \ q_2 \ q_4]^T$, 入力 $\omega = [\omega_1 \ \omega_2]^T$ のシステムとみなすことができる。まずこのシステムを ω_1, ω_2 で制御することを考え、その値となるトルク T_1, T_2 を求める。

3 制御系設計

本研究では、 $q_1, q_2, q_4, \omega_1, \omega_2, \omega_4$ がすべて零の状態から制御をはじめ、ジンバル 4 の角度 q_4 を目標値 q_{4r} に収束させることを考える。 q_{4r} を用いて状態変数と入力を新たに、

$$\begin{cases} z_1 = q_1, \\ z_2 = \alpha(q_2), \\ z_3 = q_4 - q_{4r}, \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = \omega_1, \\ v_2 = \beta(q_2) \omega_2, \end{cases} \quad (7)$$

$$\beta(q_2) = \frac{d}{dq_2} \alpha(q_2) \quad (8)$$

と定義することで、(5) 式のシステムを Chained Form (参考文献 [4]) へと変換する。これにより時間軸状態制御形は、

$$\frac{d}{dt} z_1 = v_1, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dz_1} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{v_2}{v_1} \quad (10)$$

と表され、分離された 2 つのシステムとなる。(9) 式が時間軸制御部、(10) 式が状態制御部となる。時間軸制御部の状態 z_1 をジェネレータと呼び、状態制御部の新たな時間軸に置くことで、状態制御部が z_1 に沿った可制御な線形システムとなる。これにより非線形のシステムを 2 つの線形のシステムと見なすことができ、それぞれ制御系設計を行う。

本研究では、時間軸制御部がロータ 1 に対応するので状態を零に戻す必要はなく、したがって時間軸の切換えを行う必要もない。つまり、ロータ 1 に対応するジェネレータ z_1 を単調増加させながら、ジンバル 2 を傾けた際に働く歳差運動を用いることで、駆動源を持たないジンバル 4 を目標値に収束させられればよい。CMG にはロータ 1 の角速度が十分でない、それを補うためにジンバル 2 の入力が高くなってしまふ特性がある。そこで、トルク T_1 の入力制限の範囲内で高い角速度を維持させるために、ロータ 1 の角速度を段階的に上げる手法を試みる。

3.1 時間軸制御部

状態変数 z_1 を単調増加させるため、(7) 式の入力と目標角速度 ω_{1r} の偏差を、

$$\bar{v}_1 = \omega_1 - \omega_{1r} \quad (11)$$

と定義する。この (11) 式の時間微分 $\dot{\bar{v}}_1$ に対して、

$$\dot{\bar{v}}_1 = -H_1 \bar{v}_1 \quad (12)$$

が、あるフィードバックゲイン $H_1 > 0$ に対して成り立てば $\omega_1 \rightarrow \omega_{1r}$ となる。 $\dot{\bar{v}}_1 = \dot{\omega}_1$ であるから、 $\dot{\omega}_1$ が $-H_1 \bar{v}_1$ に等しくなるようなトルク T_1, T_2 を加えてやればよい。ここでは特にロータ 1 の角速度を $t = 5, t = 8$ を境に、 $\omega_{1ra}, \omega_{1rb}, \omega_{1rc}$ と 3 段階に上げることを考え、 $\dot{\omega}_1$ は次に等しくなるようにする：

$$\dot{\omega}_1 = \begin{cases} -H_{1a}(\omega_1 - \omega_{1ra}) & (0 \leq t < 5), \\ -H_{1b}(\omega_1 - \omega_{1rb}) & (5 \leq t < 8), \\ -H_{1c}(\omega_1 - \omega_{1rc}) & (8 \leq t). \end{cases} \quad (13)$$

3.2 状態制御部

状態フィードバックゲイン $k_1, k_2, k_3 > 0$ を用いて状態制御部の状態変数 $z_2, z_3, \int z_3 dz_1$ を安定化させるため、(7) 式の入力と理想の入力の偏差を、

$$\bar{v}_2 = v_2 + k_1 z_2 v_1 + k_2 z_3 v_1 + k_3 \int z_3 dz_1 v_1 \quad (14)$$

と定義する。この (14) 式の時間微分 $\dot{\bar{v}}_2$ に対して、時間軸制御部と同様に、

$$\dot{\bar{v}}_2 = -H_2 \bar{v}_2 \quad (15)$$

が、あるフィードバックゲイン $H_2 > 0$ に対して成り立てば $\bar{v}_2 \rightarrow 0$ となり、状態制御部の状態は零に収束して $q_4 \rightarrow q_{4r}$ が達成される。ここでは特にロータ 1 の角速度が十分に上がった $t = 8$ 以降に (15) 式が成り立つようにする。そのためには $\dot{\omega}_2$ が次を満たすようにすればよい：

$$\dot{\omega}_2 = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < 8), \\ \frac{1}{\beta(q_2)} \{-\dot{\beta}(q_2) \omega_2^2 - (k_1 v_2 + k_2 z_2 v_1 + k_3 z_3 v_1) v_1 \\ - H_2 (v_2 + k_1 z_2 v_1 + k_2 z_3 v_1 + k_3 \int z_3 dz_1 v_1) v_1\} & (8 \leq t). \end{cases} \quad (16)$$

(13), (16) 式を (3) 式に代入して $\dot{\omega}_4$ を求め、さらに (1), (2) 式に代入することで CMG の真の入力である T_1, T_2 が得られる。

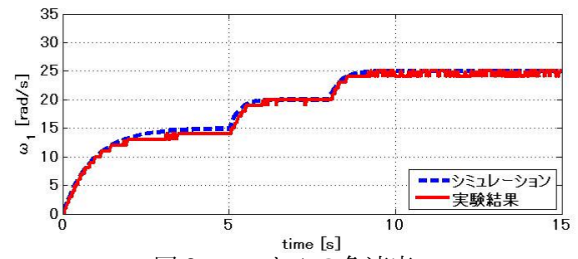


図2 ロータ 1 の角速度 ω_1

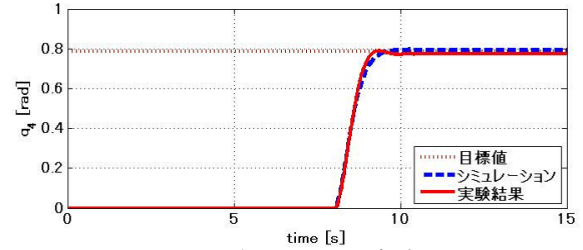


図3 ジンバル 4 の角度 q_4

4 シミュレーションと実験結果

各変数を、

$$\begin{cases} k_1 = 2.5, k_2 = 0.4, k_3 = 0.01, \\ H_{1a} = 1.1, H_{1b} = 3.5, H_{1c} = 3, H_2 = 0.1, \\ \omega_{1ra} = 15, \omega_{1rb} = 20, \omega_{1rc} = 25, q_{4r} = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (17)$$

と設定したときのシミュレーションと実験結果を図 2, 3 に示す。図 2 より、ロータ 1 はこちらが意図した通り符号切換えを行わず、段階的に速度を上げていることがわかる。そして図 3 より、ジンバル 4 の角度 q_4 は偏差なく目標値に収束していることがわかる。

5 おわりに

本研究では 2 入力 3 状態のシステムである CMG に対し、時間軸状態制御形に基づいてロータ 1 の角度を単調増加させ、ジンバル 4 に対して目標値追従制御を行った。また、シミュレーションと実験により理論の有用性を確認した。

参考文献

- [1] 清田洋光・三平満司：「時間軸状態制御形によるドリフト項をもたない非ホロノミックシステムの安定化」．システム制御情報学会論文誌，vol. 12 (1999)，pp. 647–654.
- [2] 佐野椋一：「時間軸状態制御形に基づく Control Moment Gyroscope の制御」．南山大学 情報理工学部 システム創成工学科卒業論文，2013.
- [3] 鈴木彰悟：「時間軸状態制御形による Control Moment Gyroscope の目標値追従制御」．南山大学 情報理工学部 システム創成工学科卒業論文，2014.
- [4] J. van de Loo: Control of a Nonholonomic Control Moment Gyroscope. *DCT 2006.053*, Dynamics and Control Group, Department Mechanical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, the Netherlands, 2006.