複数の箱を用いたストリップパッキング問題に対する解法

2012SE023 後藤英人

指導教員：福嶋雅夫

1 序論

複数ある対象物（以降，素材と呼ぶ）を，互いに重ならないように，かつ指定された領域（以降，箱と呼ぶ）に収まるように効率よく配置する問題を切り出し・詰め込み問題という．ストリップパッキング問題は，素材である長方形を配置したとき，箱の高さが最小になるような配置の組み合わせを考える問題であり，切り出し・詰め込み問題に分類される [2]．ここで箱の高さとは，箱の底辺から積み上げられたもっとも高い素材の上辺の高さにあたる．ストリップパッキング問題は，例えば一枚の大きな鉄板や布から材料を切り出して製品を作る場面で活躍する．最適に近い組み合わせを見つけ，無駄な部分の発生を抑えることができる [3]．ほかにも様々な場面で活躍するため，様々な研究が行われている [4][5]．

しかし，いずれの場合の解法も箱が一つの場合しか想定していない．実際の応用では箱が複数の状況が考えられる．例えば荷物を配送する際，多くの荷物を複数の箱に詰め込むにあたり，可能な限り箱を小さくすることで，運搬を楽にしたり，コストを抑えたりすることにつながる．箱が複数存在するので，箱の高さの合計を抑えることと箱の高さの差を抑えることを目指す．箱が複数存在することから，素材を配置する際にどの箱を選択するかを決定する必要が出てくる．本研究では，箱の選択方法をいくつか提案する．

2 複数の箱に対するストリップパッキング問題

この問題では，すべての箱の高さの合計をできるだけ小さくすることと高さの差をなるべく抑えることを目的とする．高さの差とは，高さが最大の箱と高さが最小の箱の高さの差とし，簡単のため素材を回転して配置することはできず，箱の幅はすべて同じと仮定する．

箱が複数存在する場合のストリップパッキング問題について述べる前に箱が一つの場合の基本的な Next-Fit 法（以下，NF 法と呼ぶ）と Next-Fit Decreasing Height 法（以下，NFDH 法と呼ぶ）について説明する．

NF 法 階層を作りながら配置を行うという考え方で素材を配置する．レベルと呼ばれる，底辺に平行に伸びて箱を区切る線分を使い，レベルの上に新たに左側からつめて素材の配置を行う．複雑な配置を行わず単純で扱いやすい解法である．計算量は $O(n)$ を要する．これは，配置する素材の数に比例する計算量である [3]．

NFDH 法 配置する素材の順番をあらかじめ高さの降順と決めておき，NF 法を適用する解法である．計算量 $O(n \log n)$ を要する．並び替えにかかる時間がそのまま計算量となる．高さは必ず最適解の 3 倍以内に収まることが知られている [1]．

2.1 箱の選択方法

箱の選択方法として五つの方法を提案する．

方法 1 素材を一つ配置するたびに次の箱を選択する．

方法 2 指定した箱のレベルに可能な限り配置し，終了した時点で次の箱を選択する．

方法 3 指定した箱のレベルに可能な限り配置し，終了した時点でもっとも高さが低い箱を選択する．

方法 4 ある素材を配置する際，すべての箱に対して配置を行った場合に，残りのレベルの長さがもっとも短くなる箱を選択する．

方法 5 ある素材を配置する際，すべての箱に対して配置を行った場合に，それ以降配置が不可能になる空間がもっとも小さくなる箱を選択する．

2.2 方法 4 のアルゴリズム

特に評価の対象とする方法 4 について述べる．方法 4 は，ある素材を配置する際，すべての箱に対してその素材の配置を行った場合を考え，現在のレベルでの残りの部分の長さがもっとも短くなる箱を選択する方法である．アルゴリズムの説明にあたり，記号の定義を行う．

<u>問題のデータ</u>

I：素材の集合，$I = \{1, 2, \ldots, n\}$
J：箱の集合，$J = \{1, 2, \ldots, N\}$
W：箱の幅．
w_i：素材 i の幅．$(i \in I)$
h_i：素材 i の高さ．$(i \in I)$

<u>変数</u>

H_j：箱 j の高さ．$(j \in J)$
x_{ij}：箱 j に配置された素材 i の左下頂点の x 座標．$(i \in I,\ j \in J)$
y_{ij}：箱 j に配置された素材 i の左下頂点の y 座標．$(i \in I,\ j \in J)$
$\mathrm{next}x_j$：次に箱 j に配置予定の x 座標．$(j \in J)$
$\mathrm{next}y_j$：次に箱 j に配置予定の y 座標．$(j \in J)$

アルゴリズムは以下のとおりである．

STEP1 $\mathrm{next}x_j$ と $\mathrm{next}y_j$ の配列をすべて 0 とする．$i := 1$，$j := 1$ とする．

STEP2 $\min_{j \in J}\ (W - (\mathrm{next}x_j + w_i))$ となる j を選択する．ただし，等しい値があるときは，箱の高さが低いほうを選択し，箱の高さが等しい場合は箱の番号が小さいほうを選択する．また，$W - (\mathrm{next}x_j + w_i) < 0$

のときは，$W - w_i$ に置き換えて比較する．

STEP3　$W - (\mathrm{next}x_j + W_i) < 0$ のとき，$\mathrm{next}x_j := 0$，$\mathrm{next}y_j := H_j$ とする．

STEP4　座標 $(\mathrm{next}x_j, \mathrm{next}y_j)$ に素材 i を配置し，$\mathrm{next}x_j := \mathrm{next}x_j + w_i$ とする．

STEP5　$H_j < \mathrm{next}y_j + h_i$ なら，$H_j := \mathrm{next}y_j + h_i$ とする．

STEP6　$i < n$ なら，$i := i + 1$ として STEP2 にもどる．$i = n$ なら，終了．

3　実験と考察

以下の計算実験は MATLAB R2013a を用いた．使用した PC 環境は，OS は Windows7 32bit，CPU は Intel(R) Core(TM) i5-2520M 2.50GHz，メモリは 4GB である．使用する素材の幅と高さは，乱数を用いて設定する．一定の範囲で作成した素材を標準な素材とする．標準な素材のみの場合と特異な素材が混ざった場合の二種類の実験を行う．特異な素材とは，素材の幅と高さを意図的に標準な素材より大きくした素材のこととする．それぞれ 100 種類の問題を用意し，計算結果は箱ひげ図で表現する．箱ひげ図はデータの分析に使われる表現方法であり，データのばらつき具合を見ることできる．箱の高さの差における方法 5 の結果がほかの方法と比べ値が大きく異なったので，箱ひげ図を二つ用意した．

3.1　標準な素材のみの場合に対する配置結果

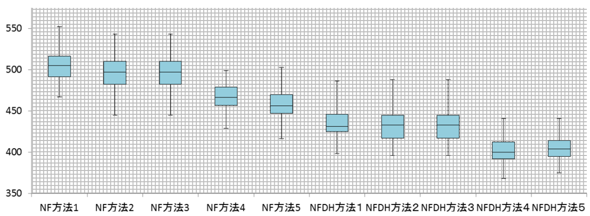

図 1　標準な素材のみの場合に対する箱の高さの合計

それぞれの方法でほとんど同様なばらつきを示しているが，NFDH 法の方が全体的に良好な結果となった．また，方法のみで比べると，NF 法と NFDH 法どちらの場合でも，方法 4 と方法 5 は良好であった．

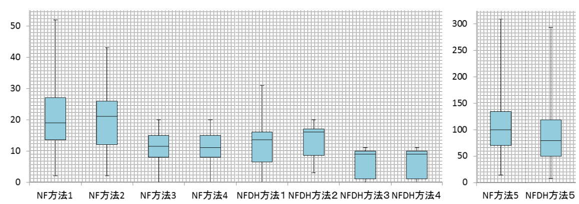

図 2　標準な素材のみの場合に対する箱の高さの差

方法 3 と方法 4 が安定した結果を出した．方法 5 では多くの場合で差が大きく生じた．これは，いづれか一つの箱にわずかしか配置が行われなかったためである．

3.2　特異な素材が混ざった場合に対する配置結果

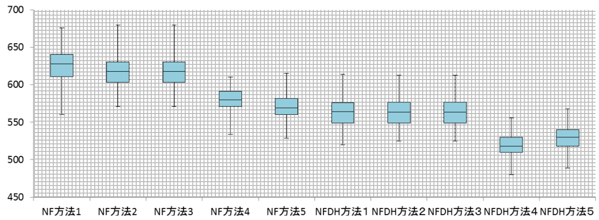

図 3　特異な素材が混ざった場合に対する箱の高さの合計

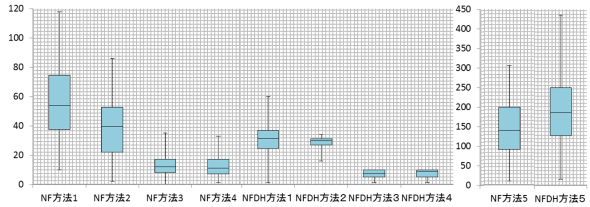

図 4　特異な素材が混ざった場合に対する箱の高さの差

特異な素材が混ざった場合に対する結果は標準な素材のみの場合とどちらも大きな違いは現れなかった．

4　結論

本研究では，箱が複数存在する場合のストリップパッキング問題に対して，すべての箱の高さの合計をできるだけ小さくすることと高さの差をなるべく抑えることを目的に，NF 法と NFDH 法のそれぞれに基づいた方法を提案した．その結果，NF 法に基づいた方法より NFDH 法に基づいた方法の方が，箱の高さの合計を小さくすることができ，多くの問題に対して箱の高さの差を抑えることができた．箱の選択方法は，提案した方法の中で方法 4 がもっとも良好な結果になった．ほかの解法を用いる場合はこの結果に限らないと考えられ，ほかの解法を用いる際の箱の選択方法を見つけて解決するのは今後の課題である．

参考文献

[1] 藤澤克樹，梅谷俊治，『応用に役立つ 50 の最適化問題』，朝倉書店，2013

[2] 今堀慎治，梅谷俊治，“切出し・詰込み問題とその応用：(1)　1 次元資材切出し問題”，オペレーションズ・リサーチ，Vol.50，No.4，2005，pp．270-276

[3] 今堀慎治，梅谷俊治，“切出し・詰込み問題とその応用：(2)　長方形詰込み問題”，オペレーションズ・リサーチ，Vol.50，No.5，2005，pp．335-340

[4] 劔持光俊，今道貴司，野々部宏司，柳浦睦憲，永持仁，“矩形パッキング問題に対する厳密解法”，信学技報 COMP2005-2，2005

[5] 李云虹，“2 次元パッキング問題に対する GPU の利用手法に関する研究”，中央大学大学院研究年報　理工学研究科篇， 第 44 号，2014