

# 音声の非線形現象について

2011SE283 渡部 岳

指導教員：小藤 俊幸

## 1 はじめに

2つの音  $f_1, f_2$  を同時に耳で聞くと、それ意外の音が聞こえるときがある。しかしこの音は実際には存在しておらず、人の耳にある内耳と呼ばれる部分によって起こっている非線形現象である。この実際には存在していない音のことを、結合音 [1] という。結合音とは、18世紀の頃から知られていた。オームは、「 $f$ Hz の高さの音を聞くと、正弦成分  $\sin 2\pi ft$  が存在する。」というオームの法則を主張した。ヘルムホルツはオームの法則を拡張し、結合音は内耳の蝸牛で行われていると考えた。振幅の大きい2つ音を同時に耳で聞くと、つまり、2つの音の周波数を  $f_1, f_2$  とすれば、周波数  $n_1 f_1 \pm n_2 f_2$  ( $n_1, n_2$  は整数) の音が同時に感じられる。これが結合音なのである。本研究は、この結合音を離散フーリエ変換を行い、証明する。

## 2 結合音の具体例

「周波数（ピッチ）が一定の純音」と「周波数が増える断続音」とを同時に鳴らすと、「ピッチが下降する断続音」が聞こえる人がいることがある。[4]

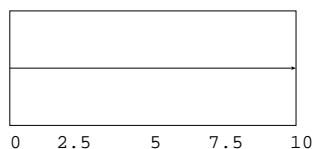


図1 周波数が一定の音

図1は単一周波数からなる持続時間10秒の純音を、横軸を時間、縦軸を周波数として表現したものである。この音はピッチ（音の高さの感覚）が一定の連続した音として聞こえる。

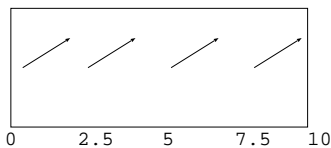


図2 周波数が増える断続音

図2は周波数が増える断続音を表現したものである。これを鳴らすと、2秒間にわたってピッチの上昇する音が休止を挟んで4回繰り返し替えて聞こえる。では、図1に示す純音と図2に示す周波数上昇音を同時に提示したら、つまり図3のような音はどのように聞こえるのであろうか。ピッチが一定の純音とピッチの上昇する断続音が同時に聞こえることは間違いないのだが、それ以外にも音が聞こえてくる可能性がある。

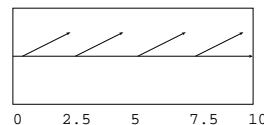


図3 純音と周波数が増える断続音

スピーカーで音を再生する。ピッチが一定の純音と周波数の上昇音を同時に聞いたときに、ピッチの下降する断続音が聞こえた人がいないであろうか。

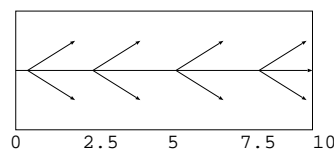


図4 結合音

図4に示すような周波数下降音が聞こえる。これが結合音と呼ばれるものであり、人間の耳の中の内耳で発生している現象である。2つの音の周波数を  $f_1, f_2$  とすれば、周波数  $n_1 f_1 \pm n_2 f_2$  ( $n_1, n_2$  は整数) の音が同時に感じられることは説明したが、私たちの内耳も非線形なシステムなのである。このため、例えば、 $f_1$  と  $f_2$  の音しか提示してなくても、 $2f_1 - f_2$  の音が聞こえることがある。

図3のように、 $f_1$  が一定でも、 $f_2$  が時間とともに上昇する場合、 $2f_1 - f_2$  は時間とともに下降することになる。図4に示す、結合音になるのである。

## 3 なぜ結合音が聞こえるのか

人の耳には「外耳」「中耳」「内耳」の3部分に分けられる。音は空気の振動である。外耳は音を鼓膜に伝える役目を担う。鼓膜にきた空気振動は中耳の3つの小骨を經由して内耳入り口の小さな膜を振動させる。内耳部分はずまき管とも呼ばれ、かたつむりに似ている事があるから、蝸牛と呼ばれる。結合音はこの蝸牛で起こっている現象である。つまり、音は内耳に入力され、蝸牛に出力している。[2]

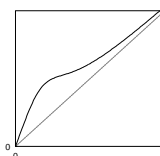


図5 内耳による周波数の変形

横軸を入力音の大きさ、縦軸を出力音の大きさとして表現する。非線形の線が、実際に聞こえているものである。直線と比べ、大きさが小さい部分でより大きく膨れている。こ

これは人が小さな音を聞き分けるための内耳の役割である。この非線形現象のために結合音が生まれるのである。

#### 4 離散フーリエ変換

実際には存在していない結合音を表示するためには、離散フーリエ変換を行えばよい.[3]

$M$  を正の整数とし、 $W$  を 1 の  $M$  乗根  $W = e^{-i\frac{2\pi}{M}}$  とする。複素数  $f_0, f_1, \dots, f_{M-1}$  に対して、

$$F_k = \sum_{j=0}^{M-1} f_j W^{kj} (k = 0, 1, \dots, M-1) \quad (1)$$

とおく。この式で定まる  $\mathbb{C}^M$  から  $\mathbb{C}^M$  への変換を離散フーリエ変換 (discrete Fourier transform) と呼ぶ。

《定理》 離散フーリエ変換の逆変換は

$$f_j = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} F_k W^{-kj} (j = 0, 1, \dots, M-1) \quad (2)$$

で与えられる。

$F_k$  を  $f_j$  の離散フーリエ変換による像とする。 $T > 0$  に対して、

$$f_T(t) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} F_k e^{i\frac{2\pi k}{T}t} \quad (3)$$

とおくと、 $f_T(t)$  は周期  $T$  の周期関数となり、

$$f_T\left(\frac{T}{M}j\right) = f_j (j = 0, 1, \dots, M-1) \quad (4)$$

が成り立つ。これに基づいて、 $\frac{F_k}{M}$  を、周波数  $\frac{k}{T}$  の成分の係数と考えればよい。しかし、標準化定理から、(3) よりも、

$$f_T(t) = \frac{1}{M} \sum_{k=-\frac{M}{2}+1}^{\frac{M}{2}} F_k e^{i\frac{2\pi k}{T}t} \quad (5)$$

のような周期関数を考えて、 $k > \frac{M}{2}$  に対する  $F_k$  は、周波数  $\frac{M-k}{T}$  の成分の係数と考えとほうが自然である。

次に具体的な周波数で考える。

#### 5 フーリエ解析

$T = 1$  のときを考える。

$$0.5 \sin(2\pi f_1 t) + 0.5 \sin(2\pi f_2 t) (f_1 = 150, f_2 = 200)$$

を考える。これは周波数が 150Hz と 200Hz の音を同時にならしたことを意味している。

そして以下の図 6 が 2 音の混合した周波数の波形である。しかし、内耳により非線形現象が起こっていることは説明した通りであるため、実際の内耳による出力は図 7 のようである。しかし、図 7 では混合音の発生箇所が読み取りにくい。よって、離散フーリエ変換を行う。すると、図 8 のように示される。図 8 は 2 音の周波数が示されている。混合音の離散フーリエ変換したものは図 9 である。150Hz と 200Hz の前後の 100Hz と 250Hz にも少なからず、反応が現れていることが分かる。これが結合音なのである。

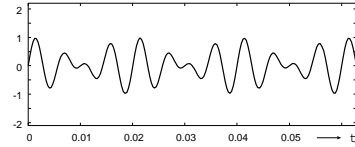


図 6 2 音の混合した周波数の波形

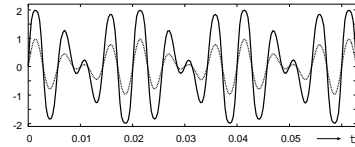


図 7 内耳により出力された混合周波数

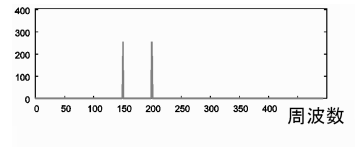


図 8 2 音の周波数

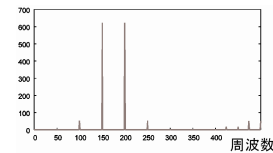


図 9 2 音の混合した周波数

#### 6 おわりに

2 つの振幅の大きな音の周波数を  $f_1, f_2$  とすれば、周波数  $n_1 f_1 \pm n_2 f_2$  ( $n_1, n_2$  は整数) の音が同時に感じられることは人間の内耳における非線形現象に原因があることが分かった。視覚的にわかりやすくするために、結合音を離散フーリエ変換を考察し、証明することができた。離散フーリエ変換によって、同じ音を奏でている楽器の周波数成分における波の形の違いも考察することができる。本研究により、音に関する知識を深めるだけでなく、人間の内耳における非線形現象、離散フーリエ変換についての知識を身につけることができた。

#### 参考文献

- [1] 蘆原郁 坂本真一：『音の科学と擬似科学—音の不思議と怪しい話—』。コロナ出版、東京、2012。
- [2] 日本音響学会：『聴覚モデル』。コロナ出版、東京、2011。
- [3] 長谷川秀彦 櫻井鉄也 桧山澄子 周偉東 花田孝郎 北川高嗣：『新コンピューターサイエンス講座 数値計算法』。オーム出版、東京、1998。
- [4] 岩宮真一郎 田村正隆：『CD でわかる 音楽の科学』。ナツメ出版、東京、2009。