

車輪間の摩擦を考慮した ABS のゲインスケジューリング制御

2011SE131 小林大祐 2011SE231 佐藤昌弥

指導教員：陳幹

1 はじめに

本研究では車輪間に生じる粘性摩擦とクーロン摩擦を省略することなくモデリング，制御器設計を行う．Anti-lock Braking System (ABS) の車速度の変動に対するロバスト性を保証し，スリップ率を 0.2 に安定させることを目的とする．車体角速度と車体角加速度をスケジューリングパラメータとする．パラメータ依存リアプノフ関数に基づくゲインスケジューリング (GS) 制御を行う．また，ロバスト LQ 制御を用いて設計した固定ゲインと比較することにより GS 制御の有効性を検証する．

2 制御対象とモデリング

2.1 モデリングと微分方程式の導出

本研究で用いる ABS 実験機の簡略化したモデルを図 1 に示す．上の車輪が自動車の車輪，下の車輪が路面を表している．上の車輪にかかるブレーキトルク M_1 [Nm] を操作することでスリップ率 λ を目標値 0.2 に追従させる制御側を設計する．上の車輪と下の車輪の角速度をそれぞれ ω_1 [rad/s]， ω_2 [rad/s]，半径を r_1 [m]， r_2 [m]，慣性モーメントを J_1 [kgm²]， J_2 [kgm²]，粘性摩擦係数を d_1 [kgm²/s]， d_2 [kgm²/s]，クーロン摩擦を M_{10} [Nm]， M_{20} [Nm] とする．また，上の車輪にかかる垂直抗力を F_n [N]，車輪間の摩擦係数を $\mu(\lambda)$ ，バランスレバーにかかる重力・緩衝器トルクを M_g [Nm]，車輪の接点とバランスレバーの回転軸の間の距離を L [m]， L と車輪の接点の法線との角度を φ [rad] とする．

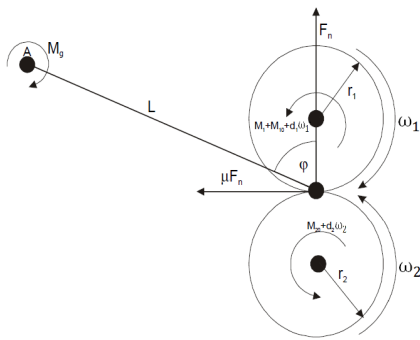


図 1: ABS 実験機の簡略図

上の車輪と下の車輪の回転運動方程式，スリップ率をそれぞれ以下のように示す．

$$J_1\dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu(\lambda) - d_1 \omega_1 - M_{10} - M_1 \quad (1)$$

$$J_2\dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu(\lambda) - d_2 \omega_2 - M_{20} \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \quad (3)$$

図 1 より，点 A にかかるトルクの合計を以下のように示す．

$$F_n L (\sin\varphi - \mu(\lambda) \cos\varphi) = M_g + M_1 + M_{10} + d_1 \omega_1 \quad (4)$$

式 (4) より，垂直抗力 F_n は以下のように示すことができる．

$$F_n = \frac{M_g + M_1 + M_{10} + d_1 \omega_1}{L (\sin\varphi - \mu(\lambda) \cos\varphi)} \quad (5)$$

式 (5) を式 (1)，(2) に代入して，上の車輪と下の車輪の角加速度をそれぞれ以下のように示す．

$$\dot{\omega}_1 = (S(\lambda) a_{11} + a_{13}) \omega_1 + (S(\lambda) a_{12} + a_{14}) + (S(\lambda) a_{15} + a_{16}) M_1 \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_2 = S(\lambda) a_{21} \omega_1 + a_{23} \omega_2 + (S(\lambda) a_{22} + a_{24}) + S(\lambda) a_{25} M_1 \quad (7)$$

ただし， a_{11} から a_{16} と a_{21} から a_{25} は定数である．また， $S(\lambda)$ を以下のように示すとする．

$$S(\lambda) = \frac{\mu(\lambda)}{L (\sin\varphi - \mu(\lambda) \cos\varphi)} \quad (8)$$

上の車輪の角速度は，式 (3) より以下のように示すことができる．

$$\omega_1 = \frac{r_2 \omega_2}{r_1} (1 - \lambda) \quad (9)$$

式 (3) を時間微分することにより，次式が得られる．

$$\dot{\lambda} = -\frac{r_1}{r_2 \omega_2} \dot{\omega}_1 + \frac{r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2^2} \dot{\omega}_2 \quad (10)$$

式 (10) に式 (6)，(7)，(9) を代入する．

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{r_1}{r_2} (S(\lambda) a_{12} + a_{14}) + (S(\lambda) a_{22} + a_{24}) (1 - \lambda) \right. \\ & + (-S(\lambda) a_{11} + a_{13}) (1 - \lambda) + \frac{r_2}{r_1} S(\lambda) (1 - \lambda)^2 a_{21} + a_{23} (1 - \lambda) \\ & \left. + \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{r_1}{r_2} (S(\lambda) a_{15} + a_{16}) + S(\lambda) (1 - \lambda) a_{25} \right) M_1 \right) \quad (11) \end{aligned}$$

式 (11) は非線形なので，テイラー展開を用いて平衡点 (λ^*, M_1^*) 周りで線形近似する [1]．ただし， λ^* と M_1^* はそれぞれスリップ率の目標値とスリップ率を目標値に維持するためのブレーキトルクである．また， b_1 から b_8 は定数である．

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & \left(\frac{1}{\omega_2} \left(\frac{b_1 S(\lambda^*)^2 + b_2 S(\lambda^*) + b_3}{b_7 S(\lambda^*) + b_8} \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{b_4 S(\lambda^*)^2 + b_5 S(\lambda^*) + b_6}{b_7 S(\lambda^*) + b_8} \right) \right) (\lambda - \lambda^*) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\omega_2} (b_7 S(\lambda^*) + b_8) (M_1 - M_1^*) \right) \quad (12) \end{aligned}$$

2.2 状態方程式の導出

本研究では、スリップ率を目標値に追従させるためスリップ率の偏差の積分を状態変数に加える [2]. 状態変数 $x(t)$ を $x(t) = \left[\int (\lambda - \lambda^*) dt \quad \lambda - \lambda^* \right]^T$ とし, 入力 $u(t)$ を $u(t) = M_1 - M_1^*$ とするとき, 式 (12) から状態方程式は以下ようになる.

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (13)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha\omega_2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \beta_1 + \beta_2\omega_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha^2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = b_7 S(\lambda^*) + b_8$$

$$\beta_1 = b_1 S(\lambda^*)^2 + b_2 S(\lambda^*) + b_3$$

$$\beta_2 = b_4 S(\lambda^*)^2 + b_5 S(\lambda^*) + b_6$$

2.3 ディスクリプタ方程式の導出

状態方程式 (13) の E 行列と B 行列には変動パラメータ $S(\lambda^*)$ が含まれているので, ポリトープ表現でロバスト性を保証するために, ディスクリプタ表現を用いて変動パラメータを一つの行列にまとめる. ディスクリプタ変数 $x_d(t)$ を $x_d(t) = \left[x(t)^T \quad \dot{\lambda} \right]^T$ とするとき, ディスクリプタ方程式は以下ようになる.

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u(t) \quad (14)$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \beta_1 + \beta_2\omega_2 & -\alpha\omega_2 & \alpha^2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2.4 線形分数変換

行列 A_d には, 変動パラメータ $S(\lambda^*)^2$ が含まれている. ポリトープ表現ができる形に変換するために線形分数変換を行う. 行列 A_d を $S(\lambda^*)^2$ を含まない行列 A_n で表す. 行列 A_d は,

$$A_d = A_n + B_\delta \Delta (I - D_\delta \Delta)^{-1} C_\delta \quad (15)$$

となるように Δ , A_n , B_δ , C_δ , D_δ を定める. ただし, パラメータ依存リアプノフ関数に基づく GS 制御の設計をするために, スケジューリングパラメータが Δ のみ存在するように変換する. 式 (15) が成立するための Δ , A_n , B_δ , C_δ , D_δ を以下のように定める.

$$\Delta = \text{diag}(\omega_2 \quad S(\lambda^*) \quad S(\lambda^*) \quad S(\lambda^*))$$

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & b_2 S(\lambda^*) + b_3 & 0 & 2b_7 b_8 S(\lambda^*) + b_8^2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_\delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_\delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_\delta = \begin{bmatrix} 0 & b_5 S(\lambda^*) + b_6 & -(b_7 S(\lambda^*) + b_8) & 0 \\ 0 & b_1 S(\lambda^*) & 0 & b_7^2 S(\lambda^*) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_4 S(\lambda^*) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

このとき式 (14) と等価なシステムを次式で表す.

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_n x_d(t) + B_\delta \omega_\delta(t) + B_d u(t)$$

$$Z_\delta(t) = C_\delta x_d(t) + D_\delta \omega_\delta$$

$$\omega_\delta = \Delta Z_\delta(t)$$

新たな状態変数 $\tilde{x}_d(t)$ を $\tilde{x}_d(t) = \left[x_d(t)^T \quad Z_\delta(t)^T \right]^T$ とするとき, 線形分数変換を行なった状態方程式は以下のようにになる.

$$\tilde{E}_d \dot{\tilde{x}}_d(t) = \tilde{A}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{B}_d u(t) \quad (16)$$

$$\tilde{E}_d = \begin{bmatrix} E_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_d = \begin{bmatrix} A_n & B_\delta \Delta \\ C_\delta & -I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n11} & A_{n12} & B_{\delta 1} \Delta \\ A_{n21} & A_{n22} & B_{\delta 2} \Delta \\ C_{\delta 1} & C_{\delta 2} & -I \end{bmatrix}$$

3 制御器設計

3.1 行列ポリトープ表現

下の車輪の角速度は常に変動している. 本研究では, 車速度 10[km/h] から 50[km/h] まで保証する. 車速度 V [m/s] とする. 下の車輪の角速度 ω_2 を用いて V は $V = r_2 \omega_2$ と表せる. よって, 保証する車速度の範囲は 10[km/h] から 50[km/h] なので保証する角速度 ω_2 の範囲は 28[rad/s] から 140[rad/s] となる. 同様に, 角加速度 $\dot{\omega}_2$ も変動している. 特別な訓練を受けていない人では, 重力加速度の 5 倍の大きさ (5G) くらいが継続的にかかることと気絶することもあるとされているので, 角加速度 0 から 5G までを保証する. 行列ポリトープで表すと以下のようになる.

$$\omega_2 \in [\omega_{2min} \quad \omega_{2max}] = [28 \quad 140] \quad (17)$$

$$\dot{\omega}_2 \in [\dot{\omega}_{2min} \quad \dot{\omega}_{2max}] = [-492 \quad 0] \quad (18)$$

式 (17) を用いて, 行列 \tilde{A}_d の端点行列をそれぞれ \tilde{A}_{dmin} , \tilde{A}_{dmax} のように表す.

3.2 ロバスト LQ 制御

式 (16) に対して, LQ 制御を考慮した場合の一般化制御対象を式 (19) で与える. $z(t)$ を評価出力, Q を状態変数に対する重み, R を入力に対する重みとする.

$$\begin{cases} \tilde{E}_d \dot{\tilde{x}}_d(t) &= \tilde{A}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{B}_d u(t) + \tilde{B}_{dw} w(t) \\ z(t) &= \tilde{C}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{D}_d u(t) \end{cases} \quad (19)$$

$$\tilde{B}_{dw} = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C}_d = [W_x \quad 0 \quad 0] \quad \tilde{D}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad W_x = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q \in \mathbb{R}^{n \times n} \succ 0, R \in \mathbb{R}^{m \times m} \succ 0$$

ディスクリプタ形式の状態フィードバックゲインを \tilde{K}_d とする. 状態フィードバック形式のコントローラ $u(t) = \tilde{K}_d x_d(t)$ を求めるため, 式 (20) の評価関数 J の最小化を考える.

$$J = \int_0^\infty (\tilde{x}_d(t)^T Q \tilde{x}_d(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (20)$$

行列 \tilde{E}_d の構造を考慮し, リアプノフ行列 \tilde{X}_d と変換行列 \tilde{Y}_d を式 (21), (22) と与える.

$$\tilde{X}_d = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\tilde{Y}_d = [Y \quad 0 \quad 0] \quad (22)$$

式 (20) を最小化するためにポリトープ表現を考慮した LMI 条件を式 (23)-(28) で与える.

$$\text{minimize : } \gamma \quad (23)$$

$$\text{subject to : } X \succ 0 \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\tilde{A}_{dmin}\tilde{X}_d + \tilde{B}_d Y_d\} & \tilde{X}_d^T \tilde{C}_d^T + \tilde{Y}_d^T \tilde{D}_d^T \\ \tilde{C}_d \tilde{X}_d + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d & -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\tilde{A}_{dmax}\tilde{X}_d + \tilde{B}_d Y_d\} & \tilde{X}_d^T \tilde{C}_d^T + \tilde{Y}_d^T \tilde{D}_d^T \\ \tilde{C}_d \tilde{X}_d + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d & -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} W & \tilde{B}_d^T \\ \tilde{B}_d & X \end{bmatrix} \succ 0 \quad (27)$$

$$\text{trace}(W) \prec \gamma^2 \quad (28)$$

式 (23)-(28) の各端点を解くことにより, ディスクリプタ形式の状態フィードバックゲイン \tilde{K}_d は式 (29) で与えられる.

$$\tilde{K}_d = \tilde{Y}_d \tilde{X}_d^{-1} \quad (29)$$

3.3 GS 制御

パラメータ依存リアプノフ関数を扱うために ω_2 を含むスケジューリングパラメータ $\omega_2, \dot{\omega}_2$ の上下界を頂点とするパラメータボックスを式 (30) で与える.

$$\Theta = \{\theta = [\theta_1, \theta_2]^T : \theta_i \in \{\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (30)$$

$$\theta_1 = \omega_2, \theta_2 = \dot{\omega}_2, (i = 1, 2)$$

式 (16) に対して一般化制御対象を式 (19) で与える. ディスクリプタ形式の状態フィードバックゲインを $\tilde{K}_d(\theta)$ とする. 状態フィードバック形式のコントローラ $u(t) = \tilde{K}_d(\theta)x(t)$ を求めるため, 式 (20) の評価関数 $\|G_{zw}\|_2^2$ の最小化を考える. 評価関数 $\|G_{zw}\|_2^2$ を最小化するための条件は

$$w(0)^T \tilde{B}_{dw}^T P_d(\theta) \tilde{B}_{dw} w(0) \prec W \quad (31)$$

$$\text{trace}(W) \prec \gamma^2 \quad (32)$$

であり, システムが漸近安定となる条件は

$$\tilde{A}_{d2}(\theta)^T P_d(\theta) + \tilde{E}_d \dot{P}_d(\theta) + P_d(\theta)^T \tilde{A}_{d2}(\theta) + \tilde{C}_2^T \tilde{C}_2 \leq 0 \quad (33)$$

$$\tilde{E}_d P_d(\theta) = (\tilde{E}_d P_d(\theta))^T \geq 0 \quad (34)$$

である. 式 (33),(34) の左側から $\tilde{X}_d(\theta)^T := (P_d(\theta)^{-1})^T$, 右側から $\tilde{X}_d(\theta) := P_d(\theta)^{-1}$ をかける. さらに, $\tilde{Y}_d(\theta) = \tilde{K}_d(\theta)\tilde{X}_d(\theta)$ として変数変換する.

$$\begin{aligned} & \text{He}\{\tilde{A}_d(\theta)\tilde{X}_d(\theta) + \tilde{B}_d \tilde{Y}_d(\theta)\} - \tilde{E}_d \dot{\tilde{X}}_d(\theta) \\ & + (\tilde{C}_d \tilde{X}_d(\theta) + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d(\theta))^T (\tilde{C}_d \tilde{X}_d(\theta) + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d(\theta)) \\ & \leq 0 \end{aligned} \quad (35)$$

式 (31),(35) に対しシュールの補題を用いる.

$$\begin{bmatrix} W & \tilde{B}_{dw}^T \\ \tilde{B}_{dw} & P_d^{-1}(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & \tilde{B}_{dw}^T \\ \tilde{B}_{dw} & \tilde{X}_d(\theta) \end{bmatrix} \succ 0 \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\tilde{A}_d(\theta)\tilde{X}_d(\theta) + \tilde{B}_d \tilde{Y}_d(\theta)\} - \tilde{E}_d \dot{\tilde{X}}_d(\theta) \\ \tilde{C}_d \tilde{X}_d(\theta) + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d(\theta) \\ \tilde{X}_d(\theta)^T \tilde{C}_d^T + \tilde{Y}_d(\theta)^T \tilde{D}_d^T \\ -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (37)$$

行列 \tilde{E}_d の構造を考慮し, リアプノフ行列 $\tilde{X}_d(\theta)$ と変換行列 $\tilde{Y}_d(\theta)$ を式 (38), (39) と与える.

$$\tilde{X}_d(\theta) = \begin{bmatrix} X(\theta) & 0 & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) & X_{23}(\theta) \\ X_{31}(\theta) & X_{32}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\tilde{Y}_d(\theta) = [Y(\theta) \quad 0 \quad 0] \quad (39)$$

$\tilde{A}_d(\theta)$ はスケジューリングパラメータに対してアフィンであり, $\tilde{A}_d(\theta)$ から求められるリアプノフ行列 $\tilde{X}_d(\theta)$ と変換行列 $\tilde{Y}_d(\theta)$ もアフィンであるとする, 式 (40)-(43) という制約を与えることで以下のパラメータボックス頂点 $\Theta_p (p = 1, \dots, 4)$ で端点行列として表すことができる.

$$\Theta_1 = (\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2)\Theta_2 = (\bar{\theta}_1, \underline{\theta}_2)\Theta_3 = (\underline{\theta}_1, \bar{\theta}_2)\Theta_4 = (\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2)$$

$$X(\theta) = X_0 + \theta_1 X_1 \quad (40)$$

$$\tilde{X}_d(\theta) = \tilde{X}_{d0} + \theta_1 \tilde{X}_{d1} \quad (41)$$

$$Y(\theta) = Y_0 + \theta_1 Y_1 \quad (42)$$

$$\tilde{Y}_d(\theta) = \tilde{Y}_{d0} + \theta_1 \tilde{Y}_{d1} \quad (43)$$

式 (41) より式 (44) が導出される.

$$\tilde{E}_d \dot{\tilde{X}}_d(\theta) = \begin{bmatrix} X(\dot{\theta}) - X_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

このとき $S_d(\theta) = \text{diag}(X(\dot{\theta}) - X_0 \quad 0 \quad 0)$ とする.

式 (37) には $\tilde{A}_d(\theta)\tilde{X}_d(\theta)$ が含まれている. $\tilde{A}_d(\theta)\tilde{X}_d(\theta)$ には, 変動パラメータ ω_2 の二乗項が存在し, マルチアフィンとならない. 式 (45) の制約を与えることにより式 (37) は LMI で解くことができる.

$$\tilde{X}_{d1}(\theta) = \begin{bmatrix} X_{11,1}(\theta) & X_{12,1}(\theta) & 0 & \dots & 0 \\ X_{21,1}(\theta) & X_{22,1}(\theta) & 0 & \dots & 0 \\ X_{31,1}(\theta) & X_{32,1}(\theta) & X_{33,1}(\theta) & \dots & X_{38,1}(\theta) \\ X_{41,1}(\theta) & X_{42,1}(\theta) & X_{43,1}(\theta) & \dots & X_{48,1}(\theta) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ X_{61,1}(\theta) & X_{62,1}(\theta) & X_{63,1}(\theta) & \dots & X_{68,1}(\theta) \\ X_{71,1}(\theta) & X_{72,1}(\theta) & X_{73,1}(\theta) & \dots & X_{78,1}(\theta) \\ X_{81,1}(\theta) & X_{82,1}(\theta) & X_{83,1}(\theta) & \dots & X_{88,1}(\theta) \end{bmatrix} \quad (45)$$

式 (37) をポリトープ表現を考慮したLMIに拡張することで, ロバスト性を保証するLMI条件は以下のようになる.

$$\text{minimize} : \gamma \quad (46)$$

$$\text{subject to} : X(\Theta_p) \succ 0 \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\tilde{A}_d(\Theta_p)\tilde{X}_d(\Theta_p) + \tilde{B}_d\tilde{Y}_d(\Theta_p)\} - S_d(\Theta_p) \\ \tilde{C}_d\tilde{X}_d(\Theta_p) + \tilde{D}_d\tilde{Y}_d(\Theta_p) \\ \tilde{X}_d(\Theta_p)^T \tilde{C}_d^T + \tilde{Y}_d(\Theta_p)^T \tilde{D}_d^T \\ -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} W & \tilde{B}_d^T \\ \tilde{B}_d & X(\Theta_p) \end{bmatrix} \succ 0 \quad (49)$$

$$\text{trace}(W) \prec \gamma^2 \quad (50)$$

$$(p = 1, 2, 3, 4)$$

このLMI条件式を解くことで,GSコントローラ $\tilde{K}_d(\theta)$ を導出することができる. また, パラメータ依存リアプノフ関数に基づくGSコントローラは式 (51) で与えられる.

$$\tilde{K}_d(\theta) = [\tilde{Y}(\theta)\tilde{X}(\theta)^{-1} \ 0 \ 0] \quad (51)$$

4 シミュレーションと実験

シミュレーションを行う際に用いた重み行列 Q , R を以下に示す. 車速度の初期速度は 50[km/h] とする.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}, \quad R = 0.05$$

4.1 ロバスト LQ 制御におけるシミュレーションと実験

スリップ率と車速度, 車体速度の実験結果およびシミュレーション結果をそれぞれ図 2a と図 2b に示す. シミュレーションにおいて, スリップ率は目標値 0.2 に追従している. 実験結果において, スリップ率は振動的だが目標値 0.2 に追従している. 1.4[s] からスリップ率は大きく変動している. また, 実験結果はシミュレーションより停止時間が早い.

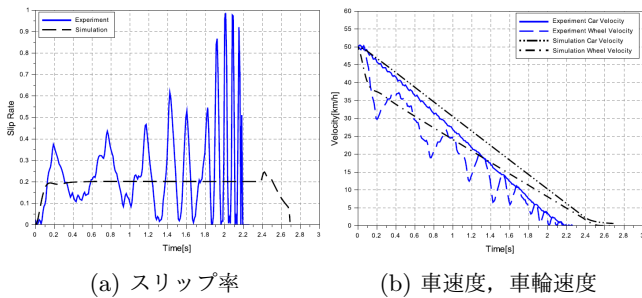


図 2: ロバスト LQ 制御における実験結果とシミュレーション結果

4.2 GS 制御におけるシミュレーションと実験

スリップ率と車速度, 車体速度の実験結果およびシミュレーション結果をそれぞれ図 3a と図 3b に示す. シミュレーションにおいて, スリップ率は目標値 0.2 に追従している. 実験結果において, はじめはオーバーシュートが見られるがスリップ率は 0.2 に安定している. しかし, 1.4[s]

からスリップ率は大きく変動している. また, 実験結果はシミュレーションより停止時間が早い.

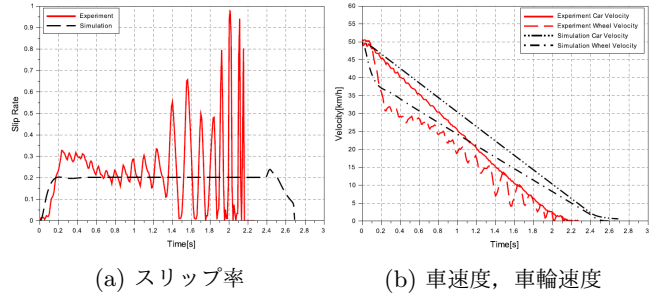


図 3: GS 制御における実験結果とシミュレーション結果

4.3 ロバスト LQ 制御と GS 制御の実験結果の比較

ロバスト LQ 制御とパラメータ依存リアプノフ関数に基づく GS 制御の実験結果の比較を行う. スリップ率と車速度, 車体速度の実験結果をそれぞれ図 4a と図 4b に示す. 図 4a より GS 制御の方が良い応答であることが確認できる.

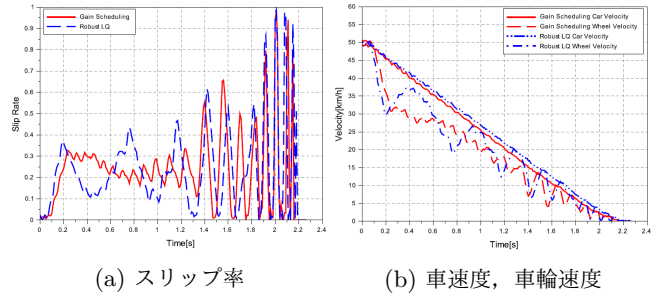


図 4: ロバスト LQ 制御と GS 制御の実験結果の比較

5 おわりに

本研究では, 車輪間に生じる粘性摩擦およびクーロン摩擦を考慮したモデリング, ロバスト LQ 制御とパラメータ依存リアプノフ関数に基づく GS 制御の設計を行い, シミュレーションおよび実験による検証を行った. また, ロバスト LQ 制御と GS 制御の実験結果を比較することにより, GS 制御の有効性を確認した. しかし, 両者ともシミュレーションと実験結果は停止時間が異なり, スリップ率は低速域で大きく変動してしまう. これは, システム同定の精度が低いことが原因であると考えられる. 今後の課題として, 低速域でのスリップ率の振動を抑えること, システム同定の改善を行うことが挙げられる.

参考文献

- [1] Tor A. Johansen, Idar Petersen, Jens Kalkkuhl and Jens Ldemann: Gain-scheduled wheel slip control in automotive brake systems. *IEEE Trasaction on Control System Technology*, 2003
- [2] Idar Petersen, Tor A. Johansen, Jens Kalkkuhl and Jens Ludemann: Wheel slip control in ABS brakes using gain scheduled constrained LQR. *European Control Conference*, 2001