

# 乗り心地改善のための周波数重みを用いた アクティブサスペンションの制御系設計

2011SE108 神山 伸

指導教員：高見 勲

## 1 研究内容

アクティブサスペンションとは乗り物の乗り心地を改善するために、自動車や鉄道車両に搭載される装置である。乗り物の乗り心地とは、乗っている人が感じる振動に依存する。

本研究では、地面の変動による外乱に対して、制御装置に適切な力を加えて、素早く車体の振動を抑制することだけでなく、その周波数帯の振動を低減し、より乗り心地を良くするアクティブサスペンションの設計を目標とする。さらに、車体の質量を変動パラメータとし、ポリトープ表現を用いてロバストなコントローラーを設計する。

## 2 モデリング

### 2.1 制御対象

アクティブサスペンションのモデルとパラメータを図1に示す。

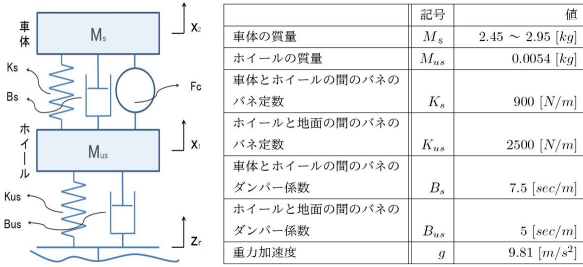


図1 アクティブサスペンションのモデル

本研究では、人が乗る部分である車体重量を変動パラメータとし、 $M_s$  を 2.45[kg] から 2.95[kg] の範囲で変動させる。

### 2.2 状態空間表現の導出

重力と釣り合って、静止した状態の運動方程式を元に状態空間表現を導出する。状態変数  $x$  を  $x = [x_2 - x_1 \ x_2 \ x_1 - z_r \ x_1]^T$ 、入力を  $u$ 、外乱  $z_r = w$  とし、状態空間表現  $\dot{x} = Ax + B_w w + B_u u$ 、 $u = Kx$ 、 $y = Cx$  を導出した。導出された行列  $A$ 、 $B_w$ 、 $B_u$ 、 $C$  は以下である。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s + B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2)$$

## 3 制御系設計

### 3.1 周波数重みの設計

ISO2631 により、3[Hz] から 8[Hz] での振動数帯における振動で人体が不快に感じる事が知られている。本研究では、その周波数帯で大きく作用する周波数重みを適用した上で、状態方程式に組み込むことにより、その周波数帯の振動を抑制する。

組み込む重みの伝達関数は以下の式 (3) であり、その周波数応答のグラフを図2に示す。

$$W(s) = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \frac{1 + T_4 s}{1 + T_3 s} \quad (3)$$

ここで  $T_1 = 1/2.5$   $T_2 = 1/18.8$   $T_3 = 1/50.3$   $T_4 = 1/251.5$  であり、式 (3) を状態方程式に変換した式が以下である。

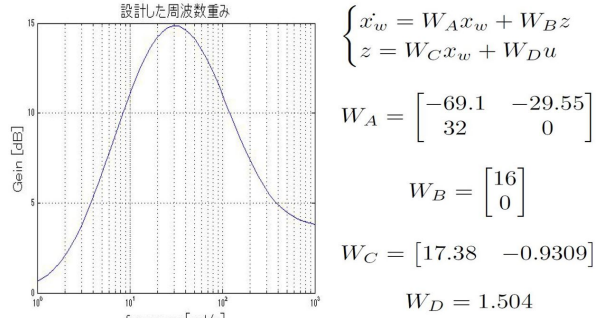


図2 設計した周波数重み

### 3.2 拡大系の導出

重みを適用した上で制御を行うので、重みを含む拡大系を導出する。 $\tilde{x} = [x_w \ x]^T$  とする。

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} W_A & W_B C \\ 0 & A \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_w \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} D W_B \\ B_u \end{bmatrix} u \quad (4)$$

$$\tilde{y} = [W_C \ W_D C] \tilde{x} + [W_D D \ 0] u \quad (5)$$

$$\tilde{z} = W_C x_w + W_D C_1 x + W_D D_{12} u \quad (6)$$

### 3.3 行列ポリトープ表現

本研究では、車体重量  $M_s$  を変動させても、地面の変動による外乱  $w$  を素早く抑制させるため、行列ポリトープ表現を用いてロバスト性を保証する。

$M_s$  の変動範囲は  $M_s \in [M_{s,min}, M_{s,max}] = [2.45, 2.95]$  と表すことができる。ここで、 $\alpha = \frac{1}{M_s}$  とすると、 $\alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}] = [\frac{1}{M_{s,max}}, \frac{1}{M_{s,min}}]$  であり、 $\alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}] = [\frac{1}{2.95}, \frac{1}{2.45}]$  となる。

$\alpha$  を用いて式 (1)(2) を拡大した行列  $\tilde{A}$  及び  $\tilde{B}_u$  の端点を以下のようにする。

$$\bar{A}_{max} = \begin{bmatrix} -69.1 & -29.55 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_s \alpha_{max} & -B_s \alpha_{max} & 0 & B_s \alpha_{max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s + B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\bar{A}_{min} = \begin{bmatrix} -69.1 & -29.55 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_s \alpha_{min} & -B_s \alpha_{min} & 0 & B_s \alpha_{min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s + B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\bar{B}_{u_{max}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_{max} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad \bar{B}_{u_{min}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_{min} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$[\bar{A}_{max}, \bar{B}_{u_{max}}], [\bar{A}_{min}, \bar{B}_{u_{min}}]$  の 2 端点で安定な制御系を設計すれば、ロバスト性を保証することができる。

### 3.4 最適レギュレータ (LQ 最適制御問題)

本研究では、最適レギュレータ理論を LMI 問題に帰着させることで制御系を設計する。評価関数  $J$  を

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt$$

としたとき、評価関数  $J$  を最小にする  $Q, R$  を定める。求めるゲイン  $K$  を  $K$  とし、 $P$  は  $P = P^T > 0$  であり、リカッチ不等式

$$He[P(A + BK)] + K^T R K + Q < 0 \quad (10)$$

を満たす実数の正定対象行列である。

$P^{-1} := X, K = YX^{-1}$  と定義し、 $X$  と  $Y$  の LMI 式 (11) を得る。

$$AX + BY + X^T A^T + Y^T B^T + Y^T R Y + X^T Q X < 0 \quad (11)$$

### 3.5 LMI 定式化

Schur の補題を利用して式 (11) の LMI 定式化を行う。

$$\begin{bmatrix} He[AX + BY] & X & Y^T \\ X^T & -Q^{-1} & 0 \\ Y & 0 & -R \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X \end{bmatrix} > 0 \quad (13)$$

LMI 条件式 (12), (13) を満たす、 $X = X^T > 0, Y, Z$  が存在する範囲内で式 (14)

$$\gamma - \text{trace}[Z] > 0 \quad (14)$$

の  $\gamma$  を最小化する。

以上の条件を満足する重み  $Q = Q^T > 0, R > 0$  を  $Q = \text{diag}\{100 \ 100 \ 5000 \ 100 \ 50 \ 1\}, R = 10$  と定めた。導出されたゲイン  $K$  は、 $K = [-0.0875 \ -0.114 \ 5.033 \ -29.508 \ -23.756 \ -1.551]$  となった。

## 4 シミュレーションと実験

### 4.1 車体の振動抑制

本研究では、路面の変位による外乱を、周期 5[s]、変動範囲  $[0, 0.02]$ [m] のパルス波形の外乱とした。以下の図は車体の変位のシミュレーション結果である。

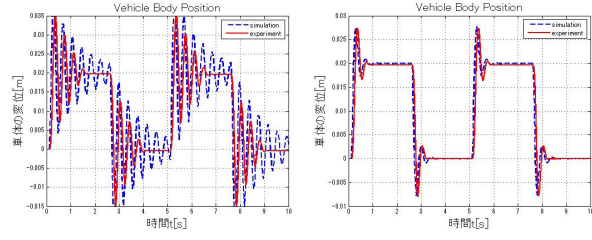


図 3 車体位置 (制御入力なし) 図 4 車体位置 (制御入力あり) のシミュレーションと実験結果

制御入力を加えないとき、図 3 のように、ダンパーとバネの力のみで収束する。振動を収束させることは可能だが、収束するまでやや時間を要する。図 4 は設計したコントローラによる制御入力を加えた時の結果である。制御入力を加えないときに比べ、はるかに早く振動を抑制させることができるという結果を得た。また、最大振幅も抑えられることが確認できた。

### 4.2 周波数応答

得られた  $K$  より伝達関数を求め、以下の周波数応答のグラフが得られた。

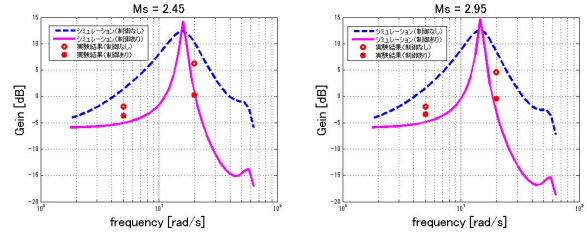


図 5 車体の周波数応答 (Ms=2.45) のシミュレーション 図 6 車体の周波数応答 (Ms=2.95) のシミュレーション

設計したコントローラによる制御入力を加えたとき、3[Hz] から 8[Hz] の周波数帯、すなわち 18.8[rad/s] から 50.2[rad/s] の範囲において、周波数特性のゲインを抑えられることをシミュレーションで確認したが、実験結果で誤差が生じた。

## 5 おわりに

本研究の成果として、ポリトープ表現を用いたコントローラを LMI を利用して設計し、シミュレーションと実験によりその有用性を証明した。

## 参考文献

- [1] Yamagata University Riken : Control of an Active-Suspension Using LMI Yamagata University Riken,2001
- [2] Huijiun Gao , Weichao Sun , Peng Shi : Robust Sampled-Data  $H_{\infty}$  Control for Vehicle Active Suspension Systems , IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL.18, NO.1, 238, 239 , 2010
- [3] 西川晶子 : フィードバック制御による油圧アクティブサスペンションの乗り心地向上 , 2004