

# Anti-lock Braking System のスライディングモード制御

2011SE053 堀川詳悟

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

Anti-lock Braking System(以下,ABS と記す)とは,急ブレーキ時にタイヤがロックされることを防ぎ,安全なブレーキングをするためのシステムであり,現在では自動車だけでなく,鉄道や飛行機にも取り入れられている.一般的にスリップ率が 0.2 となる時,摩擦力が最大となる(図 1,[1]).したがってスリップ率の目標値を 0.2 と考え制御系を設計する.本研究ではスライディングモード制御を用いて制御系を設計し,シミュレーションを行う.

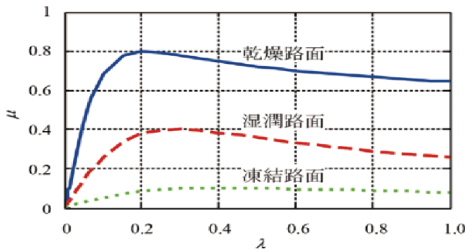


図 1 摩擦係数  $\mu$  とスリップ率  $\lambda$  の関係 [1]

## 2 モデリング

本研究で用いた ABS のモデル図を図 2 に示す.上の車輪はタイヤ,下の車輪は車体を表している. $\mu$  は摩擦係数を表す.本研究ではこの摩擦係数  $\mu(\lambda)$  が最大となるようにブレーキトルク  $\tau_1$  を操作し,スリップ率を 0.2 に追従させるように制御系を設計する.上の車輪,下の車輪,スリップ率の運動方程式を以下に示す.この時  $\omega_1$  は上の車輪, $\omega_2$  は下の車輪, $F_n$  は垂直効力を表している.

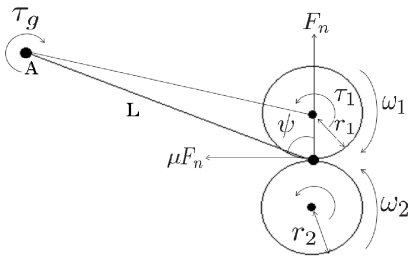


図 2 ABS のモデル図

上の車輪,下の車輪の運動方程式は下式で与えられる.

$$J_1 \dot{\omega}_1(t) = \mu(\lambda) F_n r_1 - \tau_1(t) \quad (1)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2(t) = -\mu(\lambda) F_n r_2 \quad (2)$$

スリップ率は下式で与えられる.

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2(t) - r_1 \omega_1(t)}{r_2 \omega_2(t)} \quad (3)$$

式 (1),(2),(3) より,下式を導出する.

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2(t)} \left[ \frac{r_1}{r_2 J_1} \tau_1(t) - \frac{1}{r_2 J_1 J_2} \{ (r_1^2 + r_2^2) F_m - r_2^2 J_1 F_m \lambda \} \right] \quad (4)$$

この時  $F_m = \mu(\lambda) F_n$  である.

ABS 実験機の物理パラメータを表 1 に示す.

表 1 物理パラメータ

記号	名称	値(単位)
$r_1$	上の車輪半径	0.0995(m)
$r_2$	下の車輪半径	0.099(m)
$J_1$	上の車輪の慣性モーメント	$7.53 \times 10^{-3}(\text{kgm}^2)$
$J_2$	下の車輪の慣性モーメント	$25.60 \times 10^{-3}(\text{kgm}^2)$
$\tau_g$	バランスレバーのトルク	12.4(Nm)
$L$	回転軸から車輪間接点までの距離	0.255(m)

## 3 拡大系の導出

目標値に追従するためスリップ率と目標値の偏差の積分を状態変数に加える.状態変数  $x(t) = [\int(\lambda - \lambda^*) \lambda - \lambda^*]^T$ , 入力  $u(t) = \tau_1$  とするとシステムの拡大系は (5) 式のようにになる.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) - Bh(t) \quad (5)$$

ここで, $A, B, h(t)$  は下式で与えられる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_1}{\omega_2(t) r_2 J_1} \end{bmatrix}$$

$$h(t) = \left\{ \left( \frac{r_1}{J_2} + \frac{r_2^2}{r_1 J_2} \right) - \frac{r_2^2 J_1 \lambda(t)}{r_1} \right\} F_m$$

$h(t)$  は  $B$  のレンジスペースに存在するためマッチング条件を満たす.

## 4 スライディングモード制御系の設計

(5) 式は  $B$  に変動パラメータが存在するため (6) 式のように変形する.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(t) - B_1 h_1(t) \quad (6)$$

ここで, $A, B_1, h_1(t)$  は下式で与えられる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_1}{r_2 J_1} \end{bmatrix}$$

$$h_1(t) = \left\{ \left( \frac{r_1}{J_2} + \frac{r_2^2}{r_1 J_2} \right) - \frac{r_2^2 J_1 \lambda(t)}{r_1} \right\} \frac{F_m}{\omega_2(t)} - \frac{r_1 (1 - \omega_2(t))}{r_2 J_1 \omega_2(t)} \tau_1$$

$h_1(t)$  はマッチング条件を満たす.

今  $A$  行列は不安定行列であるため状態フィードバック制御入力  $u = -K_l x$  によりノミナルシステムを安定化する. 等価制御入力および非線形制御入力により状態を切換線に拘束させ, 原点へ収束させる.

フィードバックゲイン  $K_l$  は以下の評価関数を最小化するように設計する.

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad Q = Q^T > 0, R > 0$$

状態フィードバック制御入力によりシステムは下式のようになる.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1 x(t) + B_1 u(t) - B_1 h_1(t) \\ A_1 &= (A - BK_l) \end{aligned} \quad (7)$$

切換関数  $\sigma(t)$  を (8) 式のように定める.

$$\sigma(t) = Sx(t) = [S_1 \ S_2]x(t) \quad (8)$$

式 (8) より等価制御入力  $u_{eq}$  を求める.

$$u_{eq} = -(SB_1)^{-1} SA_1 x(t) \quad (9)$$

(9) 式よりノミナルモデルは次のように表される.

$$\dot{x}(t) = \{I - B_1(SB_1)^{-1}\} SA_1 x(t) \quad (10)$$

非線形制御入力  $u_{nl}$  を (11) 式のように定める.

$$u_{nl} = -\bar{\rho} \operatorname{sgn}(\sigma(t)) = -\bar{\rho} \frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\|} \quad (11)$$

## 5 スライディングモード存在条件

最終スライディングモード実現の存在条件を求めるため, 次のリアプノフ関数を用いる.

$$V = \frac{1}{2} \sigma(t)^T \sigma(t) \quad (12)$$

切換面  $\sigma(t) = 0$  の近傍においてスライディングモードとなるように次式を満たすコントローラを設定する.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma^T \dot{\sigma} < 0 \\ &= -\bar{\rho} SB_1 \frac{\sigma(t)^2}{\|\sigma(t)\|} + \sigma(t) SB_1 h_1(t) \end{aligned} \quad (13)$$

$\|h_1(t)\| \leq \rho(t)$  とする.

$$\bar{\rho} > \rho(t) \quad (14)$$

(14) 式のように  $\bar{\rho}$  を定めることによりシステムは安定となる.

ここで

$$W(t) = \sqrt{2V} = |\sigma(t)| \quad (15)$$

とする.(15) 式より

$$\dot{W}(t) \leq -\bar{\rho}_{\min} SB_1 + \rho(t)_{\min} SB_1$$

この時,  $\bar{\rho}_{\min}, \rho(t)_{\min}$  は共に正であり,  $\bar{\rho}_{\min} > \rho(t)_{\min}$  のように定めているため

$$W(t) = W(0) - \{\bar{\rho}_{\min} SB_1 + \rho(t)_{\min} SB_1\} t \quad (16)$$

(16) 式のようになるため, 有限時間内に切換線へ到達すると言える.

## 7 シミュレーション

車体速度の初期値は  $50[km/h]$  とする. 実験機のブレーキには以下の様な一次遅れが存在する.

$$\tau_1 = b_1 u + b_2 \quad (17)$$

(17) 式を考慮し, 非線形シミュレーションを行う. 図 3 にスリップ率, 図 4 に車体速度と車輪速度のシミュレーション結果を示す.

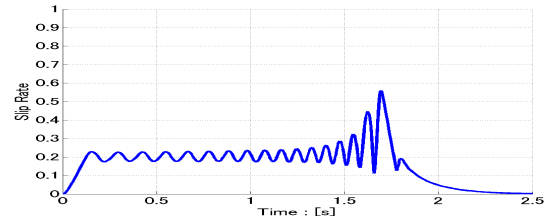


図 3 スリップ率のシミュレーション, 実験結果の比較

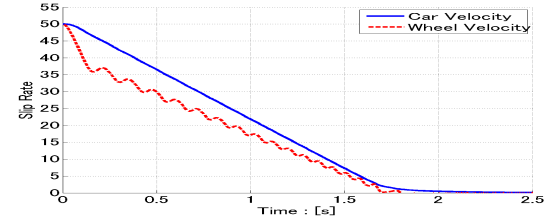


図 4 車体・車輪速度のシミュレーション, 実験結果の比較

## 7 考察, 今後の課題

シミュレーションにおいてスリップ率を 0.2 に追従させ, スライディングモード制御の有効性を示すことができています. 今後は実験とシミュレーション結果の比較から, モデル, コントローラ, システム同定の検証を行うことが挙げられる.

### 参考文献

- 1 加藤正浩, Dejun Yin (慶應義塾大学): 「Adaptive MFC による電気自動車のアンチスリップ制御 Traction Control System Based on Adaptive Model Following Control for Electric Vehicles」, PIONEER R & D, 2013