

風外乱を考慮した3自由度ヘリコプタに対する H_∞ 制御

2011SE023 後藤一生

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究では、3自由度ヘリコプタを制御対象に、風外乱を考慮した制御則を設計することを目的とする。線形化、荷重の変化に対するポリトープ表現を用いる。LMIで定式化を行い、 H_∞ 制御を用いてロバスト安定性を保障し、シミュレーションと実験により、有効性を検証する。この研究で考慮する外乱は、セツリング・ウィズ・パワー現象と呼ばれる風の流れである。ヘリコプタがホバリング状態か下降する等といった時に、メインローター（主回転翼）から吹き降ろす空気の流れによって、自機が抜け出せなくなる現象を指す。

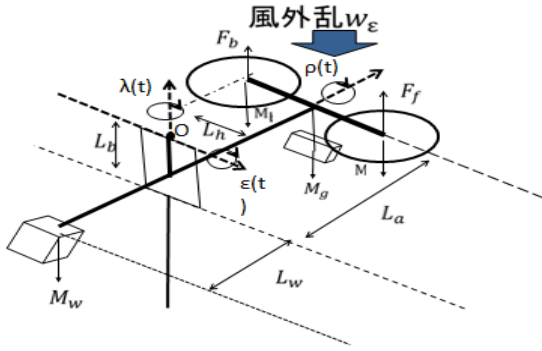


図1 3自由度ヘリコプタの概略図

2 状態空間表現

この制御対象のモデリングを行う際に使用する物理パラメータは表1に示す。3自由度ヘリコプタは、点Oを中心に垂直面内と水平面内で回転させることができる。垂直面内の回転角を $\epsilon(t)$ [rad]、水平面内の回転角を λ [rad]、垂直面内の回転角を ρ [rad] とする。また、フロントローター、バックローターの電圧をそれぞれ $V_f(t)$ [V]、 $V_b(t)$ [V] とする。

表1 3自由度ヘリコプタの物理パラメータ

重力加速度	$g = 9.81$	[m/s ²]
フロントローターの質量	$M_f = 0.68$	[kg]
バックローターの質量	$M_b = 0.68$	[kg]
カウンターウエイトの質量	$M_w = 1.8$	[kg]
機体中心のウエイトの質量	$M_g = 0.05$	[kg]
点Oと機体中心間の距離	$L_a = 0.66$	[m]
機体中心からロータまでの距離	$L_h = 0.18$	[m]
点Oからカウンターウエイト中心までの距離	$L_w = 0.4$	[m]
点Oから支持棒までの距離	$L_b = 0.04$	[m]
ローターの揚力定数	$K_f = 0.1388$	[N/V]

上記ノパラメータを用い非線形状態方程式を Lagrange

の運動方程式を用いて導出する。状態変数を $x(t) = [\epsilon(t), \rho(t), \lambda(t), \dot{\epsilon}(t), \dot{\rho}(t), \dot{\lambda}(t)]^T$ 、入力を $u(t) = [V_f, V_b]^T$ 、ホバリング時に生じる下降気流を考慮するうため、外乱を $w = [w_\epsilon]$ とし、導出した運動方程式を線形化し、以下の状態空間表現を得る。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1u(t) + B_2w \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{a_1}{b_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_2}{b_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{a_3}{b_1} & \frac{a_4}{b_3} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{b_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

$$a_1 = -(M_f + M_b + M_w + M_g)L_b g$$

$$a_2 = -(V_{f0} + V_{b0})\sqrt{L_a^2 + L_b^2}K_f$$

$$a_3 = \sqrt{L_a^2 + L_b^2}K_f$$

$$a_4 = K_f L_h$$

$$b_1 = (M_f + M_b + M_w + M_g)(L_a^2 + L_b^2) + M_w(L_w^2 + L_b^2)$$

$$b_2 = (M_f + M_b)(L_a^2 + L_b^2) + M_w L_w^2 + M_g L_a^2$$

$$b_3 = (M_f + M_b)L_h^2$$

3 ディスクリプタ方程式

ディスクリプタ変数 $x_d(t) = [x(t), \ddot{\epsilon}(t), \ddot{\rho}(t), \ddot{\lambda}(t), u(t)]^T$ とおき、ディスクリプタ方程式は以下ようになる。

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_{d1}u(t) + B_{d2}w \quad (5)$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_1 & 0 & 0 & a_3 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_3 & 0 & a_4 & a_4 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$B_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$E_d = \text{diag} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

上記ノパラメータを用い非線形状態方程式を Lagrange

4 拡大系の導出

出力を目標値に定常偏差なく追従させるために拡大系の導出を行う. 拡大系の状態変数を $x_e(t) = [\int_0^t e_e(t)dt, \int_0^t e_\lambda(t)dt, x_d(t)]^T$ とし, システムの拡大系を以下のように示す.

$$E_e \dot{x}_d(t) = A_e x_e(t) + B_{e1} u(t) + B_{er} r \quad (6)$$

$$E_e = \begin{bmatrix} I_2 & O_{2,11} \\ O_{11,2} & E_d \end{bmatrix}, A_e = \begin{bmatrix} -C_e & O_{2,5} \\ O_{11,2} & A_d \end{bmatrix}$$

$$B_e = \begin{bmatrix} O_{2,2} \\ B_d \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} I_2 & O_{2,1} \\ O_{8,2} & 0_{8,1} \\ O_{1,2} & 1 \\ O_{2,2} & O_{2,1} \end{bmatrix}$$

$$C_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5 制御系設計

本研究では, H_∞ 制御理論に基づいて制御系を設計する. H_∞ ノルムを γ_∞ 未満にすることを考え, 行列ポリトープ表現を用い, LMI に帰着させることで, 外部信号を抑制し, ロバスト性を保障した制御器を設計する. 外乱 w_e は次のように考える. ホバリング時の姿勢制御を取り扱うため, 外乱の影響を受けるのはエレベーション方向のみとする. 速度圧にエンジンから主翼までの距離を掛けた力のモーメントがエレベーション角度を変えるものとし, 速度圧 q , 空気密度 p , 風速 V , メインロータの回転面積 S , とすると, 求める外乱 w_e は以下の通り.

$$q = p \frac{1}{2} V^2 [N/m^2]$$

$$w_e = q S L_h [Nm]$$

また, 本研究では, フロント, バックロータの質量 M_f, M_b , 機体をホバリングさせる入力 $V_{f0} + V_{b0}$ の変動を行列ポリトープで表しロバスト性を保障する. 各値の変動幅は以下になる.

$$M_g \in [M_{gmin}, M_{gmax}] = [0, 0.05]$$

$$V_p = V_{f0} + V_{b0} \in [V_{f0,min} + V_{b0,min}, V_{f0,max} + V_{b0,max}]$$

$$= [13.0, 44.0]$$

組み合わせは次の4通りである.

$$(M_{gmin}, V_{pmin}), (M_{gmax}, V_{pmin}),$$

$$(M_{gmin}, V_{pmax}), (M_{gmax}, V_{pmax})$$

このときの A をそれぞれ A_1, A_2, A_3, A_4 とすると求める LMI は以下のように表す. ($n=1, 2, 3, 4$)

$$\begin{bmatrix} He[A_n X + B Y] & B_r & X^T C^T + Y^T D^T \\ B_r^T & -\gamma_\infty I & 0 \\ C X + D Y & 0 & \gamma_\infty I \end{bmatrix} < 0$$

6 シミュレーションと実験

シミュレーションにおける外乱には風速 10[m] を想定したステップ入力を用いる. 機体が安定し, ホバリングをしているタイミングで外乱を追加する. 実験においては, シミュレーションを行う際に求めたトルクを重量に変換し,

その分の重りをホバリング状態の実験機に乗せることで外乱とした. 図2は外乱なしのシミュレーションと実験結果. 図3は外乱ありのシミュレーションと実験結果である.

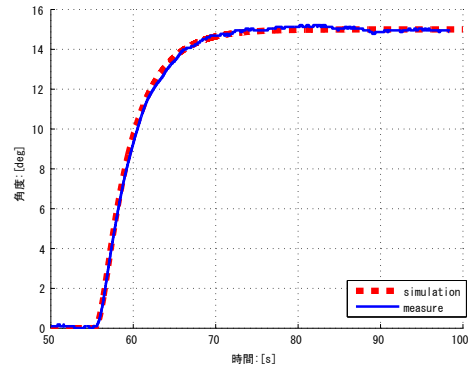


図2 外乱なし, 角度 $\epsilon(t) = 15[deg], M_g = 0.00[kg]$ の場合のシミュレーションと実験結果

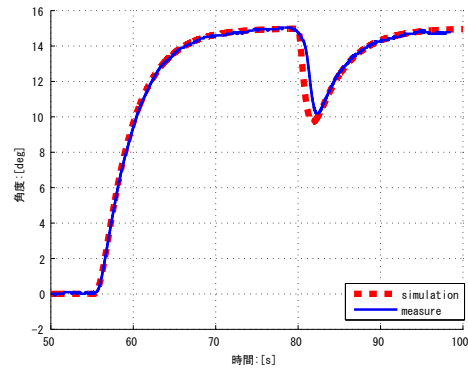


図3 外乱あり, $\epsilon(t) = 15[deg], M_g = 0.00[kg]$ の場合のシミュレーションと実験結果

7 おわりに

本研究では, 外乱を加えた上でのロバスト安定性を保障することを目的とし, 制御系設計を行った. 実験結果を見ると, どの状態においてもシミュレーションとほぼ一致しているといえ, 外乱を抑制し収束していることがわかる. 今後の課題としては, より現実に近い風の外乱を実験で表現すること, また横からや下からの風の影響を考慮したモデリングを行うことなどが挙げられる.

参考文献

- [1] 古川隼也人, 島田明: 風外乱を考慮した小型飛行船ロボットの1制御法. 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌)
- [2] 和田信敬, 南昌行, 松尾祥也, 佐伯正美: ツインローターヘリコプターモデルの目標信号追従制御ローターの推力制限を考慮した方法. 日本ロボット学会誌