

時間軸状態制御形に基づく Control Moment Gyroscope の制御

2010SE188 佐野 椋一

指導教員：大石 泰章

1 はじめに

Control Moment Gyroscope(以下 CMG) は人工衛星の 3 軸姿勢制御用のトルク発生装置である。現在の中大型人工衛星には、リアクションホイールが用いられているが、CMG はそれに比べて発生トルクが格段に大きく、将来的には宇宙ステーションなどの大型建造物の制御に有効であると期待されている。しかし、CMG を制御する際に劣駆動システムの持つノンホロノミック拘束により、平衡点における線形近似システムが不可制御となる問題がある。

よって本研究では時間軸状態制御形 (参考文献 [1]) に基づき、システムを状態制御部と時間軸制御部と呼ばれる 2 つの部分システムに分割して制御を行う。通常、前者は従来の制御手法で得たフィードバック則で安定化し、後者についてはフィードフォワードによる制御を行う。しかしこれを CMG に対して適用すると、フィードフォワード制御では時間軸の制御が不安定であるので、その時間軸の不安定性がシステム全体の不安定性に繋がる。そこで、時間軸制御部に対して正弦波追従制御を用いて、従来では考えられていない時間軸の安定性を保証し、駆動源を持たないジンバルを所望の位置へ収束させるような制御器を設計する。

2 制御対象

2.1 CMG のモデリング

CMG の概略図を図 1 に示す。CMG は中核で回転するロータ 1、そのまわりに連結されたジンバル 2, 3, 4 の計 4 つの剛体から成るシステムである。 q_1 はジンバル 2 からみたロータ 1 の相対角度を表し、 $\omega_1 = \dot{q}_1$ はロータ 1 の角速度を表す。 q_2 はジンバル 3 からみたジンバル 2 の相対角度を表し、 $\omega_2 = \dot{q}_2$ はジンバル 2 の角速度を表す。 q_3 はジンバル 4 からみたジンバル 3 の相対角度を表し、 $\omega_3 = \dot{q}_3$ はジンバル 3 の角速度を表す。そして q_4 はジンバル 4 の角度を表し、 $\omega_4 = \dot{q}_4$ はジンバル 4 の角速度を表す。制御入力はロータ 1、ジンバル 2 を回転させるトルク T_1, T_2 である。システムの簡略化のため、ジンバル 3 をロックした状態 ($q_3 = \omega_3 = \dot{\omega}_3 = 0$) を考えると、運動方程式は、

$$J_D \dot{\omega}_1 + J_D \omega_2 \omega_4 \cos q_2 + J_D \dot{\omega}_4 \sin q_2 = T_1, \quad (1)$$

$$(I_C + I_D) \dot{\omega}_2 - \frac{1}{2} J_1 \omega_4^2 \sin 2q_2 - J_D \omega_1 \omega_4 \cos q_2 = T_2, \quad (2)$$

$$J_D \dot{\omega}_1 \sin q_2 + (J_2 + J_1 \sin^2 q_2) \dot{\omega}_4 + J_1 \omega_2 \omega_4 \sin 2q_2 + J_D \omega_1 \omega_2 \sin q_2 = 0 \quad (3)$$

となる。ただし、各パラメータは、

I_D, J_D : ロータ 1 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

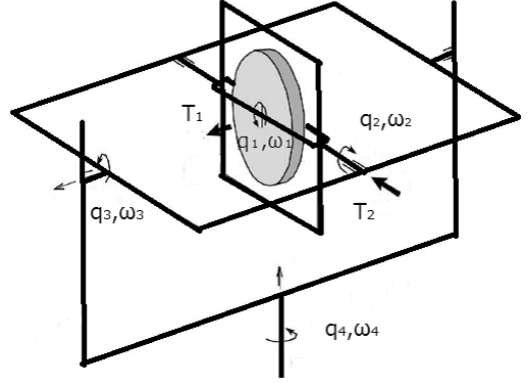


図 1 CMG の概略図

J_C, K_C : ジンバル 2 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

K_B : ジンバル 3 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

K_A : ジンバル 4 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

$J_1 = J_C + J_D - K_C - I_D, J_2 = I_D + K_A + K_B + K_C$ と定める。

2.2 ノンホロノミック拘束式

ジンバル 4 が初期状態で静止している状態を考えると、(3) 式を時間で積分することで、

$$(J_D \sin q_2) \omega_1 = -(J_2 + J_1 \sin^2 q_2) \omega_4 \quad (4)$$

が得られる。式 (4) にはジンバル 2 の角度 q_2 に加え、ロータ 1 とジンバル 4 の角速度 ω_1, ω_4 が含まれていることから一階のノンホロノミックシステムであることがわかる。

3 制御系設計

システムを Chained Form に変換し (参考文献 [2]), 時間軸状態制御形に変換する。すなわち、ジンバル 4 の目標値を z_{3d} とするとき、各変数を、

$$\begin{cases} z_1 = \alpha(q_2), \\ z_2 = q_1, \\ z_3 = q_4 - z_1 z_2, \\ \tilde{z}_3 = z_3 - z_{3d}, \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = \beta(q_2) \omega_2, \\ v_2 = \omega_1, \end{cases} \quad (5)$$

$$\alpha(q_2) = \frac{-J_D \sin q_2}{J_2 + J_1 \sin^2 q_2}, \beta(q_2) = \frac{d}{dq_2} \alpha(q_2) \quad (6)$$

と定義するならば、時間軸状態制御形は、

$$\frac{d}{dt} z_1 = v_1 \quad (7)$$

$$\frac{d}{dz_1} \begin{bmatrix} \tilde{z}_3 \\ z_2 \\ \int \tilde{z}_3 dz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z}_3 \\ z_2 \\ \int \tilde{z}_3 dz_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{v_2}{v_1} \quad (8)$$

である。(7) 式を時間軸制御部, (8) 式を状態制御部と呼び, 2 つのサブシステムに分けて制御系設計を行う。ただし, この座標変換により状態制御部の可制御条件は $-\frac{\pi}{2} < q_2 < \frac{\pi}{2}$ であり, この条件を陽に満たす必要がある。

3.1 時間軸制御部

新たな時間軸を z_1 とおき, 指令軌道 z_{1d} とそれに対応する入力 v_{1d} を,

$$\dot{z}_{1d} = v_{1d} \quad (9)$$

を満たすように定める。軌道偏差 $z_1 - z_{1d}$ を \tilde{z}_1 , 入力偏差 $v_1 - v_{1d}$ を \tilde{v}_1 と定義するとき $\dot{\tilde{z}}_1 = \tilde{v}_1$ となる。ある状態フィードバックゲイン $\lambda > 0$ に対して

$$\tilde{v}_1 = -\lambda \tilde{z}_1 \quad (10)$$

となるように v_1 を決めることができれば $z_1 - z_{1d} \rightarrow 0$ が保証できる。具体的には,

$$v_1 = v_{1d} - \lambda(z_1 - z_{1d}) \quad (11)$$

とすればよい。これを達成するため (11) 式の左辺と右辺の差を \bar{v}_1 とすると,

$$\bar{v}_1 = v_1 - v_{1d} + \lambda(z_1 - z_{1d}) \quad (12)$$

が得られる。(12) 式の時間微分 $\dot{\bar{v}}_1$ に対して,

$$\dot{\bar{v}}_1 = -G_1 \bar{v}_1 \quad (13)$$

となるようなフィードバックゲイン $G_1 > 0$ を用いて安定化する。得られる角加速度 $\dot{\omega}_2$ は

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{\beta(q_2)} (\dot{v}_{1d} - \lambda(v_1 - v_{1d}) - G_2(v_1 - v_{1d} + \lambda \tilde{z}_1) - \dot{\beta}(q_2)\omega_2^2) \quad (14)$$

となる。これにより例えば外乱があっても時間軸が所望の軌道に収束することが保証される。

3.2 状態制御部

時間軸 z_1 の増加・減少に伴い状態フィードバックゲイン k_2, k_3, l_2, l_3, k_I を切り替えて状態 $z_2 = 0, z_3 = 0$ となるような制御を考える。このような理想的な v_2 と実際の v_2 の値の差を \bar{v}_2 とすると,

$$\bar{v}_2 = \begin{cases} v_2 + k_3 \tilde{z}_3 v_1 + k_2 z_2 v_1 - k_I \int \tilde{z}_3 dz_1 v_1 & (v_1 > 0) \\ v_2 + l_3 \tilde{z}_3 v_1 + l_2 z_2 v_1 - k_I \int \tilde{z}_3 dz_1 v_1 & (v_1 < 0) \end{cases} \quad (15)$$

が得られる。これに基づき, 時間軸制御部と同様の方法で, 角加速度を求めると,

$$\dot{\omega}_1 = \begin{cases} (-G_2 \bar{v}_2 + k_3 z_2 v_1 - k_2 v_2 + k_I \tilde{z}_3 v_1) v_1 & (v_1 > 0) \\ (-G_2 \bar{v}_2 + l_3 z_2 v_1 - l_2 v_2 + k_I \tilde{z}_3 v_1) v_1 & (v_1 < 0) \end{cases} \quad (16)$$

が得られる。また, (3) 式よりジンバル 4 の角加速度 $\dot{\omega}_4$ が得られる。これより (1), (2) 式に (14), (16) 式を代入することで CMG の入力 T_1, T_2 を得る。

4 シミュレーションと実装結果

設計した制御系を用いてシミュレーションを行い, その結果をもとに実装を行う。ジンバル 2 に対する指令軌道 q_{2d} , 時間軸に対する指令軌道 v_{1d} , 各パラメータゲイン $G_1, G_2, \lambda, k_2, k_3, l_2, l_3, k_I$ を,

$$q_{2d} = \frac{3}{4} \sin(t) + \frac{\pi}{4}, v_{1d} = \frac{-J_D \sin q_{2d}}{J_2 + J_1 \sin^2 q_{2d}} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \lambda = 2.0, G_1 = 20, G_2 = 12, \\ k_2 = 10, k_3 = -25, k_I = 27, \\ l_2 = 10, l_3 = 25, \end{cases}$$

のように設定する。初期条件を $[q_1, q_2, q_4]^T = [0, \frac{\pi}{4}, 0]^T$ [rad] とし, ジンバル 4 の目標値を $z_{3d} = \frac{\pi}{3}$ [rad] とした時のシステムの応答を図 2, 図 3 に示す。

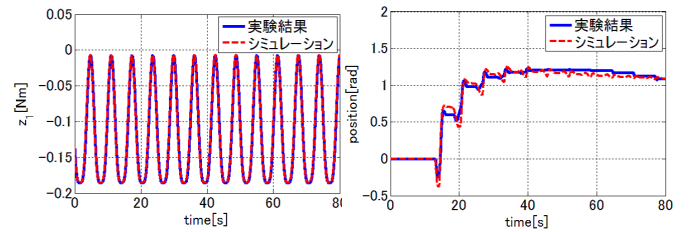


図 2 時間軸の応答

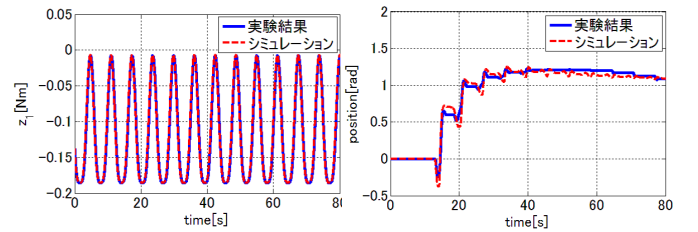


図 3 ジンバル 4 の応答

図 2, 3 より, ジンバル 4 の角度 q_4 の値は時間の増加と共にコントローラを切り替えて所望の位置に状態を切り返しながら収束していることがわかる。また, 新しい時間軸である z_1 は常に生成した軌道に追従し, 増加と減少を繰り返していることがわかる。

5 おわりに

本研究では, 2 入力 3 状態の CMG に対して, システムを時間軸状態制御形に変換することで, 新たな時間軸を生成すると共に, 状態制御部の状態が所望の位置へ収束するような制御器を設計し, シミュレーションと実装によりその有用性を確認した。今後の課題は, 時間軸状態制御形に基づき, 駆動源のないジンバル 3, ジンバル 4 に対して目標値追従制御を行うことである。

参考文献

- [1] 清田洋光・三平満司：「時間軸状態制御形によるドリフト項をもたない非ホロノミックシステムの安定化」．システム制御情報学会論文集, vol. 9 (1999), pp. 647-654.
- [2] J. van de Loo: Control of nonholonomic control moment gyroscope. *Internal Report DCT 2006.053*, Department of Mechanical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, The Netherlands, 2006.