

# 利用者の旅行時間を最小にする急行列車停車駅の割り当ての最適化

2010SE133 武藤克徳 2010SE266 渡辺涼太

指導教員：三浦英俊

## 1 はじめに

大都市圏にある鉄道の多くは、旅客の旅行時間短縮を目的として、一部の駅にのみ停車する急行列車を設定している。急行列車の停車駅の最適化はさまざまな角度から多くの研究がなされてきた。急行列車が複数種類設定されているとき、多くの場合、停車駅数の少ない列車の停車駅は停車駅数の多い急行列車の停車駅から選ばれている。

研究の狙いは混雑時間帯に設定する急行列車停車駅を考慮する戦略を明確に示すことにある。路線に与えられる仮定は急行設定の比較を公平にするためである。しかし、実際の鉄道は単純ではない、そのため、本研究で得られる結果を実際の鉄道データを利用して検証する。

## 2 研究について

本研究は、 $n$  個の中間駅を持つ鉄道路線を単純な数理モデルを用いて表現し、路線に一部の駅を通過する急行列車を設定したときに路線利用者の総旅行時間が最小となる急行列車の停車駅を求める。路線利用者の総旅行時間を最小化する問題を路線利用者の短縮時間合計最大化問題として解く。

## 3 鉄道路線モデル

図 1 に示すように、端から駅番号  $0, 1, 2, 3, \dots, n, n+1$  が割り当てられた  $n$  個の中間駅を持つ路線を考える。駅の集合を  $\{0, 1, 2, \dots, n, n+1\}$  とする。ここに急行列車の停車駅を設定して路線全体の利用者の総旅行時間が最小となるように考える。

鉄道モデルに以下の仮定を置く。

- すべての駅に停車する普通列車がある。
- 1 種類の急行列車がある。急行列車は普通列車を追い抜かない。
- 急行列車は、両端の駅  $0$  と駅  $n+1$  に必ず停車し、 $1, 2, \dots, n$  の  $n$  駅のうち  $k$  駅を選んで停車する。急行列車停車駅の集合を  $\{i_0, i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}\}$  とする。集合の要素の添え字は急行の停車する順番を表す。 $0 < i_1 < i_2 < \dots < i_k < n+1$ , 始発駅  $i_0=0$ , 到着駅  $i_{k+1} = n+1$  とする。
- 駅番号が大きくなる方向に移動する旅行者の旅行時間だけを考える。
- 急行列車は、1 駅通過するごとに時間  $t$  だけの旅行時間短縮を得る。
- 旅行者は旅行時間が最小となる列車の組み合わせを選ぶ。路線利用者の出発駅から目的駅までの時間のうち、列車に乗って移動しているときの時間を旅行時間

とする。旅行時間に待ち時間は含まない。

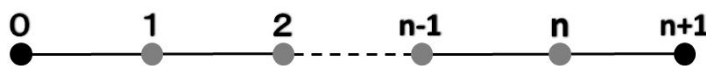


図 1 鉄道路線モデル

### 3.1 定式化

以下のように変数を定義する。

- $n$  … 中間駅の数
- $t$  … 1 駅通過する時の短縮時間
- $k$  …  $n$  のうち急行列車が停車する駅の数
- $S_n, l_n, T_n, U_n$  … 旅行短縮時間合計
- $q_{ij}$  … 駅間移動の人数

### 3.2 急行の $h$ 番目の停車駅 $i_h$ から $m$ 番目の停車駅 $i_m$ への短縮時間合計

2 つの停車駅  $i_h$  から  $i_m$  の間には駅  $i_h+1$  から駅  $i_m-1$  まで  $i_m - i_h - 1$  個の駅がある。これらのうち急行列車は  $m - h - 1$  個の駅に停車するから、通過する駅数は  $(i_m - i_h) - (m - h)$  となる。駅  $i_h$  から駅  $i_m$  への旅客の短縮時間合計は  $((i_m - i_h) - (m - h))tq_{ij}$  となる。

上記から急行の  $h$  番目の停車駅  $i_h$  から  $m$  番目の停車駅  $i_m$  への短縮時間合計は

$$S_n = \left( \sum_{h=0}^k \sum_{m=h+1}^{k+1} ((i_m - i_h) - (m - h)) \right) tq_{ij} \quad (1)$$

とあらわすことができる。

## 4 各駅停車と 1 種類の急行列車がある路線

路線利用者の短縮時間合計を最大にするために、簡単なモデルから難しいモデルへと 4 つの場合にわけ、変化させていくことで、順番に現在の走行モデルに近付けていく。

### 4.1 場合 1

まず、簡単なモデルを設定するために表 1 に示すように、すべての駅間人数をそろえる。 $q_{ij} = q$  とする。

表 1 場合 1 のとき

始発駅\終着駅	駅 $1, 2, \dots, n$	駅 $n+1$
駅 $0$	$q$ 人	$q$ 人
駅 $1, 2, \dots, n$	$q$ 人	$q$ 人

この場合の  $S_n$  は、

$$S_n = \left( (k+1)n - \frac{1}{6}k^3 - k^2 - \frac{5}{6}k \right) tq + \sum_{h=1}^k (2h-k-1) tq i_h \quad (2)$$

となる。

次に  $S_n$  を最大にする急行列車停車駅割り当て  $\{i_0^*, i_1^*, i_2^*, \dots, i_k^*, i_{k+1}^*\}$  を導出する。(2)の式のうち、急行停車駅の割り当てによって大きくできるのは最後の項だけである。最後の項  $\sum_{h=1}^k (2h-k-1) i_h$  を分解すると

$$\sum_{h=1}^k (2h-k-1) i_h = (-k+1)i_1 + (-k+3)i_2 + \dots + (k-3)i_{k-1} + (k-1)i_k \quad (3)$$

となる。この項における急行の  $h$  番目の停車駅  $i_h$  の係数  $(-k+2h-1)$  は  $h$  に比例して増加する。よって  $h \leq \frac{k}{2}$  のとき  $h$  が小さいほど小さい番号の駅を  $i_h$  として割り当て、 $\frac{k}{2} < h$  に対しては  $h$  が大きいほど大きな番号の駅を割り当てれば、項の値を最大にすることができる。すなわち、 $h \leq \frac{k}{2}$  のとき  $i_h^* = h$ 、 $\frac{k}{2} < h$  のとき  $i_h^* = n - k + h$  とする。これは急行の停車駅を路線の両端に近い駅から順に割り当てることにほかならない。

$i_h^*$  の割り当てを行うと、以下ようになる。

$$S_{n,k}^* = \frac{(n-k)(k+2)^2}{4} tq \quad (k \text{ が偶数のとき}), \quad (4)$$

$$S_{n,k}^* = \frac{(n-k)(k^2+4k+3)}{4} tq \quad (k \text{ が奇数のとき}). \quad (5)$$

短縮時間を最大にする最適な急行停車駅数は中間駅  $n$  の3分の2であり、その割り当ては出発駅と到着駅に寄せればよい。

ex)  $n = 9$  のとき、停車駅数  $k$  は6であり、最適な急行駅の割り当ては  $\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$  である。(図2)

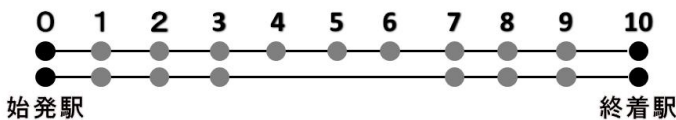


図2 場合1の路線 ( $n = 9, k = 6, i_1 = 1, i_2 = 2, i_3 = 3, i_4 = 7, i_5 = 8, i_6 = 9$ )

#### 4.2 場合2

表2に示すように、中間駅から乗車し中間駅に降車する利用者数は、始発駅や到着駅を利用する客数と比べると割合が少ないので、中間駅から中間駅の移動客数をないものとして考える。変数  $\alpha$  と定める。

表2 場合2のとき

始発駅\到着駅	駅 1, 2, ..., n	駅 n+1
駅 0	$\alpha q$ 人	$\alpha q$ 人
駅 1, 2, ..., n	0 人	$\alpha q$ 人

表の値をそれぞれ数式(1)に代入し計算すると、

$$l_n = (-k^2 + nk - k + n)\alpha tq$$

最適な停車駅の配置を求めるため  $l_n$  を  $k$  で微分する。

$$l_{n,k}^* = (-2k + n - 1)\alpha tq = 0$$

よって最適な  $k$  は  $k^* = \frac{n-1}{2}$  となる。

短縮時間を最大にする最適な急行停車駅数は中間駅  $n$  の2分の1であり、中間駅の場所は無関係であり、途中駅の位置をどこに割り当ててもよい。

#### 4.3 場合3

表3に示すように、場合2のモデルを難しく考えるため、中間駅から中間駅の移動客数を  $q$  人として考える。

表3 場合3のとき

始発駅\到着駅	駅 1, 2, ..., n	駅 n+1
駅 0	$\alpha q$ 人	$\alpha q$ 人
駅 1, 2, ..., n	$q$ 人	$\alpha q$ 人

両端駅を始発駅または到着駅とする場合は利用者人数が  $\alpha q$  人となる場合についてまとめておく。このときの路線の短縮時間合計を  $T_n(i_1, i_2, \dots, i_k)$  とおく。

$$T_n = ((n-k)(k+1)) tq + \left( -\frac{k^3}{6} + \frac{k}{6} + \sum_{h=1}^k (2h-k-1) i_h \right) \alpha q \quad (6)$$

となる。

最適な停車駅の配置を求めるために  $T_n$  を  $k$  で微分する。

$$T_{n,k}^* = (-3k^2\alpha + 2(n\alpha - 4)k + 4(n-1)) tq$$

$T_n^*$  に実際の数字を代入して値を出す  $n = 10, t = 1, q = 1$  とし、 $\alpha$  を1から順に変化させたときの値を、それぞれ求め短縮時間合計が一番大きくなる時の  $k$  の値を出す。

$T_n^*$  について解の公式より

$$k^* = \frac{-(n\alpha - 4) \pm \sqrt{(n\alpha - 4)^2 + 12(n-1)\alpha}}{-3\alpha} tq \quad (7)$$

図3より、短縮時間を最大にする最適な急行停車駅の割り当ては  $\alpha$  を増やしていくほど、停車駅数を増やしていく

とよいことがわかる。また  $k$  は  $\frac{n-1}{3}$  に収束することがわかる。

縦軸に  $k$ ，横軸に  $\alpha$  をとる。

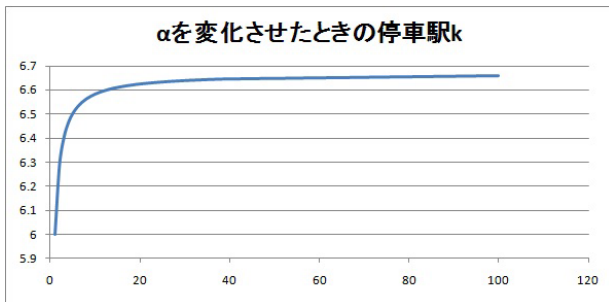


図3  $\alpha$  を変化させたときの  $k$  の値

#### 4.4 場合4

表4に示すように、始発駅を田舎、終着駅を都市と仮定すると、明らかに都市で降りる人の割合が多い。そのため、終着駅に降りる場合を  $\alpha q$  人として計算する。

表4 場合4のとき

始発駅\終着駅	駅 1, 2, ..., n	駅 n + 1
駅 0	$q$ 人	$\alpha q$ 人
駅 1, 2, ..., n	$q$ 人	$\alpha q$ 人

このときの路線の短縮時間合計を  $U_n$  とすると

$$U_n = \left( -\frac{k^3}{6} - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\alpha \right) k^2 - \left( \frac{1}{3} - n\alpha + \frac{\alpha}{2} \right) k \right) tq + n\alpha tq + \sum_{h=0}^k (2h - k - \alpha) tq i_h \quad (8)$$

場合3と同様に  $k$  を求める。

次にエクセルのソルバーを用いて計算する。 $(n = 20, q = 1)$  と固定して、 $\alpha$  の値を変化させていくことにより、急行停車駅数とその最適な配置を求める。

$\alpha = 5$  のとき、

最適な急行停車駅数は  $k = 12$  であり、その配置は  $i_h = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 17, 18, 19, 20\}$  である。

$\alpha = 18$  のとき、

最適な急行停車駅数は  $k = 9$  であり、その配置は  $i_h = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  である。

これより、短縮時間を最大にする最適な急行列車停車駅の割り当ては、 $\alpha$  を増やしていくほど停車駅数  $k$  を減らせばよく、最適な急行列車停車駅の配置は始発駅に寄ることがわかる。また  $k$  は  $\frac{n-1}{2}$  に収束する。

#### 5 実データを用いた最適な急行停車駅の割り当て

平成22年度大都市交通センサスを用いて、1年間の駅間の移動人数、各駅間での通過駅数を数式に当てはめること

により、最適な停車駅を割り当てる。実際の鉄道路線利用者の旅行時間を短縮する急行停車駅を求める。なお集計対象は定期券保有者である。ただし、逆向きはないものとする [3]。

#### 5.1 求め方

- 各駅間で通過駅の個数×その区間での移動人員を合計し、路線利用者の短縮時間合計を求める。
- 最適化計算の急行列車停車駅と実際の急行停車駅を比較する。
- 最適化計算の場合：急行列車停車駅数を変化させ、路線利用者の短縮時間合計が最も大きい停車駅数を求める。

#### 6 実際の急行列車&最適化計算の急行列車の計算結果

##### 6.1 グラフの説明

表5.6.7は、エクセルのソルバーを用いて計算した結果である。急行列車が停車する駅を1、通過する駅を0と表す。また、実際の急行停車駅数を用いて、路線利用者の短縮時間合計を求める。なお1駅通過するときの短縮時間を  $t = 1$  とする。

ただし逆向きはないものとする。

##### 6.2 多治見～名古屋（JR東海）

表5より、この路線は、傾向として乗降者数の多さは急行停車駅とあまり関係なく、郊外に急行を止めず、都市部に数多く止めている。実際の急行停車駅はそれが顕著である。また、実際の急行停車駅は乗降者数の多さと関係があり、乗車駅数上位7つが急行停車駅となっているが、モデルの急行停車駅は乗降者数の多さとあまり関係がない。そして、急行停車駅の配置でみると7割程が現状と一致し、また、短縮時間合計の割合は最適化計算のほうが実際よりも20%程良くなる。それゆえデータ上からは勝川駅・大曾根駅といった他社への乗換駅ではなく、古虎溪駅や神領駅といった郊外の駅に止めたほうが良いといえる。したがって、データ上からは改善の余地があるといえ、最適化計算が実際よりも利用者1人あたりの時間を短縮できる急行停車駅といえる。

##### 6.3 新城～名鉄名古屋（名古屋鉄道）

表6より、この路線は、傾向として、郊外・都市部にまんべんなく配置させていて、8割程が現状と一致し、また、短縮時間合計の割合は最適化計算のほうが実際よりも10%程良くなる。したがって、まだ改善の余地があるといえる。また、最適化計算の急行停車駅は乗降者数の多さと関係があり、乗車駅数上位6つが急行停車駅となっている、かつ実際の急行停車駅も乗降者数の多さと関係がある。よって利用者1人あたりの時間を短縮するためには、乗車駅数上位6つに配置させることといえる。以上より、最適

化計算が実際よりも利用者1人あたりの時間を短縮できる急行停車駅といえる。

#### 6.4 刈谷～豊橋（JR東海）

表7より、この路線は、急行停車駅の配置でみると8割程が現状と一致し、また、短縮時間合計の割合は最適化計算のほうが実際よりも8%程良くなる。したがって、まだ改善の余地があるといえる。また、最適化計算の急行停車駅は乗降者数の多さと関係があり、乗車駅数上位5つが急行停車駅となっている、かつ実際の急行停車駅も乗降者数の多さと関係がある。よって利用者1人あたりの時間を短縮するためには、乗車駅数上位5つに配置させることといえる。以上より、最適化計算が実際よりも利用者1人あたりの時間を短縮できる急行停車駅といえる。

表5 多治見～名古屋（JR東海）

	駅	実際	最適化計算
始発駅	多治見	1	1
↓	古虎溪	0	1
↓	定光寺	0	0
↓	高蔵寺	1	1
↓	神領	0	1
↓	春日井	1	1
↓	勝川	1	0
↓	新守山	0	0
↓	大曾根	1	0
↓	千種	1	1
↓	鶴舞	1	1
↓	金山	1	1
終着駅	名古屋	1	1
中間駅計11駅	急行停車駅数(個)	7	7
計13駅	短縮時間合計(個・人)	79029	94935

表6 新城～名鉄名古屋（名古屋鉄道）

	駅	実際	最適化計算
始発駅	新城	1	1
↓	牛田	0	0
↓	知立	1	1
↓	一ツ木	0	0
↓	富士松	0	0
↓	豊明	0	0
↓	前後	1	1
↓	中京競馬場前	0	0
↓	有松	0	1
↓	左京山	0	0
↓	鳴海	1	1
↓	本星崎	0	0
↓	本笠寺	0	0
↓	桜	0	0
↓	呼続	0	0
↓	堀田	1	0
↓	神宮前	1	1
↓	金山	1	1
↓	山王	0	0
終着駅	名鉄名古屋	1	1
中間駅計18駅	急行停車駅数(個)	6	6
計20駅	短縮時間合計(個・人)	182769	200603

表7 刈谷～豊橋（JR東海）

	駅	実際	最適化計算
始発駅	刈谷	1	1
↓	野田新町	0	1
↓	東刈谷	0	0
↓	三河安城	0	0
↓	安城	1	1
↓	西岡崎	0	0
↓	岡崎	1	1
↓	幸田	1	1
↓	三ヶ根	0	0
↓	三河塩津	0	0
↓	蒲郡	1	1
↓	三河三谷	1	0
↓	三河大塚	0	0
↓	愛知御津	0	0
↓	西小坂井	0	0
終着駅	豊橋	1	1
中間駅計14駅	急行停車駅数(個)	5	5
計16駅	短縮時間合計(個・人)	11880	12868

#### 6.5 総括

実際の急行停車駅と最適化計算との分析結果は、急行停車駅の位置を都市部寄りから郊外寄りに置くと、短縮時間の割合が1~2割良くなる。よって、急行停車駅配置は郊外側に寄せるべきである。

また、実際の急行停車駅と最適化計算との分析結果は、モデルの解析「場合4」で最適な急行列車停車駅の配置は始発駅に寄せるべきであるという結果と結びつく。

#### 7 今後の課題

今後は急行列車が各駅停車を追い抜く場合。また、各駅停車と2種類の急行列車がある路線の場合を考え、その中でも追い抜きの有無や、2種類の急行列車の停車駅がお互いの停車駅との重複の有無を考え、それぞれの短縮時間合計を求め、最適な急行停車駅の配置を考える。

#### 参考文献

- [1] 三浦英俊:『列車あたり乗客数に注目した停車駅と列車本数の設定～千鳥運転の導入の検討～三浦英俊:『都市のORワークショップ2010(南山大学)』, 2010.
- [2] 二見精一, 松村高宏, 鈴木誠道:『急行系電車停車駅決定問題, 日本オペレーションズリサーチ学会アブストラクト集』, 84~85, 2001.
- [3] 『国土交通省第11回大都市交通センサス調査結果集計表』, 2010.