

# ニューラルネットワークによる巡回セールスマン問題の解法

2010SE048 菱川裕之

指導教員：小藤俊幸

## 1 はじめに

ニューラルネットワーク [?][?] という脳の見られる特性をシミュレーションによって表現される数学モデルに興味を持った。中でも、最適化問題の代表である巡回セールスマン問題に着目して本論文の研究内容とする。まず、なぜ巡回セールスマン問題が重要かという点、多くの実際的な問題を分析すると、この問題に帰着できる場合が多いからである。

## 2 ニューラルネットワークの一般

ニューラルネットワークは、人間の脳の神経回路の仕組みを模したモデルである。コンピュータに学習能力を持たせることにより、様々な問題を解決するためのアプローチである。コンピュータは単純な処理を高速に行うことに秀でており、その能力は人間のそれを遥かに凌いでいる。一方で、人間にとって簡単な動作である、手を動かしたり、物体を認識したりという処理はコンピュータにとっては非常に複雑なものであり、苦手とする処理なのである。そこで、そのようなコンピュータの苦手とする問題に対し、人間の脳のメカニズムをコンピュータ上で人工的に実現することにより解決を図ろうとするアプローチが生まれた。ニューラルネットワークは人間の脳のメカニズムを模したものであるが、脳のシステムを実現すること自体がニューラルネットの目的ではない。あくまで、問題解決の手段である。

## 3 相互結合型ニューラルネットワーク

相互結合型ネットワークのある1つのユニットは、他のすべてのユニットの出力をもらっている。そしてすべてのユニットに渡している。このような動きが非同期に、各ユニットで自律的に行われている。相互結合型ネットワークでは、絶えずこのような状態変化が繰り返されている。しかしいつかは、ある1つの定常状態になってしまうか、いくつかの状態を繰り返すループに落ち込むかする。

## 4 巡回セールスマン問題

巡回セールスマン問題 (TSP) は古くからある最適化問題の代表です。

「N個の町があり、それぞれの町の間は異なった長さの道で結ばれているものとする。セールスマンはすべての町を一度ずつ訪問し、最初の町へ戻ってきたいのだが、そのとき巡った道のりを最小にしたい。そのような経路を求めよ。」

巡回セールスマン問題の制約条件は2つある。

(A) すべての町を訪問して出発した町へ戻ってくる経路で、道のりが最短となるようにする。

(B) すべての町に、ただ一度だけ訪問する。

さらに制約条件 (B) はさらに2つの条件に分けられる。(B-1) 各行は、その行に存在するユニットのうち必ず一つしかも一つだけ発火する。(B-2) 各列は、その列に存在するユニットのうち必ず一つしかも一つだけ発火する。

(B-1) を定式化してみる。

$$\sum_i^N (\sum_j^N X_{ij} - 1)^2 \quad (1)$$

が最小となればよい。(B-2) を定式化してみる。

$$\sum_j^N (\sum_i^N X_{ij} - 1)^2 \quad (2)$$

が最小となればよい。

(ただし、N は町の総数)

以上をまとめて制約条件 (B) を表現する目的関数  $\phi_2$  は次のようになる。

$$\phi_2 = \frac{A}{2} \sum_i^N (\sum_j^N X_{ij} - 1)^2 + \frac{B}{2} \sum_j^N (\sum_i^N X_{ij} - 1)^2 \quad (3)$$

もう一つの制約条件 (A) について考えてみる。町 i と町 k を結ぶ道の長さを  $d_{ik}$  で表す。町 i を j 番目に訪問したと仮定すると、町 k にはその次の j+1 番目に訪問する場合と、その前の j-1 番目に訪問する場合とがある。 $d_{ik}$  が意味を持つのは、それら2つの場合のいずれかということになるから、

$$d_{ik} X_{ij} X_{k,j+1} + d_{ik} X_{ij} X_{k,j-1} \quad (4)$$

で表される量を全行程にわたって合計したものが、最小となることを制約条件 (A) は要求することになる。全行程は閉路になっているから、 $X_{k,j-1}$  で j が最初の町を示しているとする、j-1 はその前となるから最後の町に相当する。 $X_{k,j+1}$  についても同様に考える。これより制約条件 (A) を示す目的関数  $\phi_1$  は次のようになる。

$$\phi_1 = \frac{D}{2} \sum_i^N \sum_k^N \sum_j^N d_{ik} X_{ij} (X_{k,j+1} + X_{k,j-1}) \quad (5)$$

以上をまとめると、目的関数として次が得られる。

$$\phi = \frac{A}{2} \sum_i^N (\sum_j^N X_{ij} - 1)^2 + \frac{B}{2} \sum_j^N (\sum_i^N X_{ij} - 1)^2 + \frac{D}{2} \sum_i^N \sum_k^N \sum_j^N d_{ik} X_{ij} (X_{k,j+1} + X_{k,j-1}) \quad (6)$$

ここでのエネルギー関数は、ユニットの状態が  $X_{ij}$  で表現されているように 2 次元となっているので、(1) で定義される。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{ij} \sum_{mn} W_{ij.mn} X_{ij} X_{mn} - \sum_{ij} h_{ij} X_{ij} \quad (7)$$

これが最小となればよい。(正確には極小となればよい。)

$$u_{ij} = \sum_{mn} W_{ij.mn} X_{mn} + h_{ij} \quad (8)$$

$$X_{ij} = \frac{1}{2} (1 - \tanh(\frac{u_{ij}}{0.5})) \quad (9)$$

ここで結合荷重  $W_{ij.mn}$  としきい値  $h_{ij}$  を

$$W_{ij.mn} = -A\delta_{im}(1 - \delta_{jn}) - B\delta_{in}(1 - \delta_{jm}) - Dd_{im}(\delta_{n,j+1} + \delta_{n,j-1}) \quad (10)$$

$$h_{ij} = A + B \quad (11)$$

と決める。

## 5 巡回セールスマン問題の実験

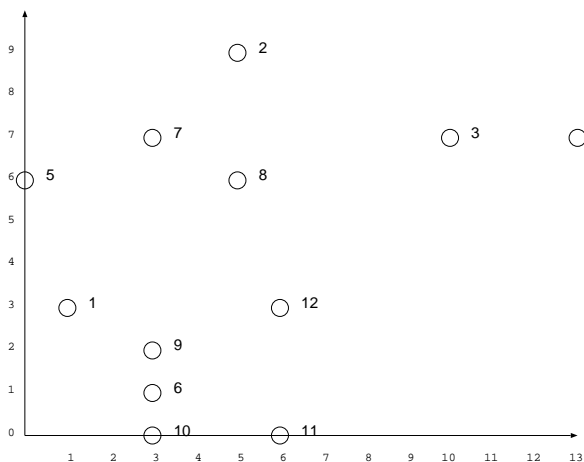


図 1 名古屋観光名所の配置座標

[?]

1 は名古屋駅, 2 は下水道化学館, 3 は徳川園, 4 は名古屋ドーム, 5 は産業技術記念館, 6 は名古屋市科学館, 7 は名古屋城, 8 は名古屋市役所, 9 はでんきの科学館, 10 は大須観音, 11 はランの館, 12 はオアシス 21 を示す。また、座標は名古屋市の地図から 1 (1,3) 2 (5,9) 3 (10,7) 4 (13,7) 5 (0,6) 6 (3,1) 7 (3,7) 8 (5,6) 9 (3,2) 10 (3,0) 11 (6,0) 12 (6,3) と当てはめて考えた。

訪問順序 - Cycle : 999

都市	1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12					
1	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02	0.07	

	0.98	0.07	0.03	0.03	0.03			
2	0.03	0.09	0.99	0.05	0.03	0.02	0.02	
0.01	0.01	0.01	0.01	0.02				
3	0.02	0.02	0.08	0.99	0.04	0.03	0.01	
0.01	0.01	0.01	0.01	0.01				
4	0.01	0.01	0.03	0.07	0.98	0.03	0.00	
0.01	0.00	0.00	0.01	0.01				
5	0.02	0.03	0.01	0.01	0.03	0.96	0.08	
0.02	0.03	0.01	0.02	0.03				
6	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.98	
0.06	0.05	0.05	0.05	0.04				
7	0.99	0.08	0.03	0.02	0.03	0.02	0.03	
0.01	0.02	0.01	0.02	0.04				
8	0.07	0.99	0.05	0.03	0.03	0.02	0.02	
0.02	0.02	0.01	0.03	0.03				
9	0.03	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	
0.05	0.07	0.99	0.06	0.04				
10	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	
0.06	0.04	0.08	0.99	0.04				
11	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	
0.06	0.98	0.07	0.04	0.02				
12	0.06	0.02	0.03	0.02	0.02	0.03	0.02	
0.03	0.03	0.03	0.06	0.98				

Energy = 10.758522

ある  $X_{ij}$  が 1, 残りが 0 になることで 1 つの行き先が決まることにより,  $X_{ij}$  を更新して, 1 つのを経路求める付録のプログラムより上記の実行結果が得られた。この結果から分かることは, 7 の観光名所に 1 番に訪問して, 次に 8-2-3-4-5-6-1-11-9-10-12 番の順に訪問していく経路が得られた。つまり, 名古屋市の観光名所を効率よくまわるには, 名古屋城から始まり, 名古屋市役所, 下水道化学館, 徳川園, 名古屋ドーム, 産業技術記念館, 名古屋市科学館, 名古屋駅, ランの館, でんきの科学館, 大須観音, オアシス 21 の順に訪問する方法である。

## 6 おわりに

最適化問題の中で TSP は, もっとも有名な問題の一つであるが, 必ずしも最適な厳密解が見つかるとは限らない。今回の実験では最適な経路を求めることができなかった。しかし, 実際の場面では複雑な制約条件がある中で最適解であることを証明することでさえ困難な場合が多い。準最適解が納得できる時間で求めることができれば, 解法としては充分であるだろう。

## 参考文献

- [1] 平野廣美:『C++とJava でつくるニューラルネットワーク』。パーソナルメディア,2008.
- [2] 『ニューラルネットワーク (NN)』。http://www.geocities.co.jp/SiliconValley-Cupertino/3384/nn/NN.htmlmokuji.
- [3] 『名古屋観光情報 名古屋コンシェルジュ』http://www.nagoya-info.jp/pamphlet/traffic/livemap.html