

教科書の行間を埋める数学の授業

—中学校数学「数と式」を中心として—

2010SE035 後藤静香

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

本研究の目的は、愛知県で主に用いられている啓林館中学校数学の教科書 [3] について、生徒が理解しやすく、流れをつかみやすい授業とするために、教科書の行間を埋めることである。対象とする単元は、1年次「数と式」である。私は教員として働くことを志願しており、少しでも分かりやすい授業を目指し、この研究を進める。具体的には、他社の教科書 [1], [2], [4], [5], [6], [7] と比較したり、中学校学習指導要領解説 [8] に則した考えを入れたりして、「何故次にこれを学ぶのか」という生徒の疑問を解消することなど、生徒や教師に必要な情報を補う。

卒業論文では、[3]の単元「正の数・負の数」、「文字の式」、「方程式」についての行間埋めや、[3]から読み取った指導方針の例を示した。本稿では、そのうちの「文字の式」と「方程式」から8つの例を示す。

2 行間埋めの例

以下に8つの例を示す。各例は、引用部、補った文、解説で構成する。

例 1. 文字式の表し方

引用部.

- ① かけ算の記号 \times は、省いて書く。
- ② 文字と数の積では、数を文字の前に書く。
- ③ 同じ文字の積は、指数を使って書く。

補った文.

表し方の例

① $a \times b = ab$ ② $a \times 4 = 4a$ ③ $a \times a = a^2$

①は、文字式の場合に限ります。数式を $3 \times 4 = 34$ とすると、訳が分からなくなってしまいます。

解説.

ここでは、前に補った計算の優先順位では、掛け算が先なので、掛け算の記号を省略することによって数式が見やすくなることを伝える。さらに、それぞれに表し方の例として、具体例を補った。また、全ての掛け算において \times の記号を省くことができるわけではなく、文字式の場合のみであることを伝える。

例 2. 文字をふくむ式の除法

引用部.

(1) $x \div 2$ (2) $3 \div y$ (3) $a \div b$ (4) $(x + y) \div 4$

補った文.

(5) $a \div (-3)$

解説.

この問題を補った理由は、答えの記述方法が一通りでないからである。(5)の解は、 $\frac{a}{-3}$, $-\frac{a}{3}$, $\frac{1}{-3}a$, $-\frac{1}{3}a$ と、4通りの書き方がある。そのため、生徒の書き方もそれぞれである。生徒同士で答えを比べたときに、それぞれ書き方が違うことを不安に思う生徒もいると思う。そのため、あらかじめこのような問題を入れておくことで、答えの書き方はそれぞれでいいのだと伝えておきたいと思った。

例 3. 代入と文字式の値

引用部.

平地の気温が a °Cのとき、平地から3km上空の気温は、 $a - 18$ (°C)であることが知られています。

補った文.

これは、今いる場所から3km高いところに行くと、18°C寒いということです。例えば、富士山の山頂に雪が積もっているのは何故でしょうか。富士山の標高は3776 mであり、平地より18°C以上低いことが理解できます。

よって、平地がそれほど寒くない季節でも、富士山の山頂は氷点下であることが考えられるため、富士山の山頂には、雪が積もっています。

解説.

ここでは、富士山の例を入れることで、実際に起っている物事を考えることができるのも、数学の楽しみ方であると伝えたい。

例 4. 数量の等しい関係を等式に表すこと

引用部.

兄の身長 a cmは、弟の身長 b cmより4cm高い。このとき、数量の関係は、次のように表される。

$$a = b + 4$$

また、兄の身長と弟の身長の差は4cmだから、この数量の関係は、次のように表すこともできる。

$$a - b = 4$$

解説.

この問題では、 $a = b + 4$ と $a - b = 4$ の2つの式が考えられる。 $a = b + 4$ は、兄の身長は弟の身長より4cm高いということ。 $a - b = 4$ は、兄の身長と弟の身長の差は4cmだということ。この2つは、両方とも同じ意味で、どちらも正しい。このような問題は、生徒間で式を出し合い、その式の意味を説明することに重点を置いた授業を行い、生徒が式の多

様性を認めるように、授業を展開したい。

例 5. 方程式の導入

引用部.

文字をふくむ等式を方程式といいます。

補った文.

方程式は、文字 x の値によって成り立ったり成り立たなかったりします。

解説.

ここで補ったことは、[6], [7] からの引用であり、これを確認することは、方程式の解を求めることにつながると考える。

例 6. 方程式の解の導入

引用部.

方程式にあてはまる文字の値を、その方程式の解といいます。

また、その解を求めることを、方程式を解くといいます。

補った文.

このように、まだ分かっていない数量を求めるには、文字を使って等しい数量の関係を方程式で表し、その方程式の解を求めると良いです。

解説.

ここで補ったことは、[4] からの引用である。“まだ分かっていない数量”を、文字でおけばいいのだということを自分で立式をする前に知っておくべきだと思う。また、この表現で気になったのが、文末の“良いです”である。なぜ、“このようにしましょう”でないのか考えると、実際に、“分かっていない数量”を直接文字でおかなくても、解を求めることができるからである。いろいろな導き方を自分で考え、解を出すというのが、数学の楽しみ方であると思った。なので、数学は“このようにしましょう”と1つに決め付けるのではなく、多種多様な考えを生徒に委ねるべきなのだと思います、この表現のままです。

例 7. 文章題における問題にあった解

引用部.

方程式を使って実際の問題を解くとき、その方程式の解が問題にあっていない場合があります。そのために、方程式の解が、その問題にあっているかどうかを調べる必要があります。

解説.

方程式を用いた文章題で、“問題にあっている”というのは、立てた式にあてはまるということと、問題文にあっているということの2つの意味を持つのだと読み取ることができる。いずれにしても、問題文にあっているかどうかの確認は必要で、もしあていなければ、そのことを解答に含める必要があると考える。[3] では、そのことが書きやすいように問題

が工夫されている。また、あっている場合には [3] の解答例には、その結果は反映されていないので、授業では、例えば「マイナスでは無いから解になる」という程度の問題で確認できればいいと考える。

例 8. 文章題からの立式における文字のおき方

引用部.

山口さんは 780 円、高田さんは 630 円持っていて、2 人とも同じ本を買いました。すると、山口さんの残金は、高田さんの残金の 2 倍になりました。本代はいくらでしょうか。

解説.

この問題の場合、多くの生徒は本代を x で表すと思う。しかし、残金を x で表しても解くことができる。高田さんの残金を x とすると、 $780 - 2x = 630 - x$ という式を立てることができ、(高田さんの残金) = $x = 150$ が導かれる。そして、求める本代は、(本代) = (高田さんの持っていたお金) - (高田さんの残金) を用いて求める。この方法では、方程式の解を求めた後にもう一手間かかるが、考えを固定したくないので、解ける範囲で生徒の自由に式が立てられたら良いと思う。

3 おわりに

本研究では、中学校数学「数と式」の1年生の範囲について行間埋めを行った。それによって、教科書の表記や着目点は様々であると学んだ。これから教員として働く上で、活かしていくことができると思う。これからも、本研究で触れなかった箇所である、「関数」、「図形」、「資料の活用」、そして、2年、3年の「数と式」についても、行間埋めを継続して行うことで、より良い授業を行えるように努めたい。

参考文献

- [1] 一松信 他 30 名:『中学校 数学 1』. 学校図書, 東京, 2013.
- [2] 岡部恒治 他 14 名:『中学校 数学 1』. 数研出版, 東京, 2011.
- [3] 岡本和夫 他 42 名:『未来へひろがる 数学 1』. 啓林館, 大阪, 2012.
- [4] 澤田利夫 他 23 名:『中学 数学 1』. 教育出版, 東京, 2013.
- [5] 重松敬一 他 24 名:『中学数学 1』. 日本文教出版, 大阪, 2012.
- [6] 相馬一彦 他 17 名:『数学の世界 1』. 大日本図書, 東京, 2013.
- [7] 藤井齊亮 他 40 名:『新しい 数学 1』. 東京書籍, 東京, 2012.
- [8] 文部科学省:『中学校学習指導要領解説 数学編』. 教育出版, 東京, 2008.