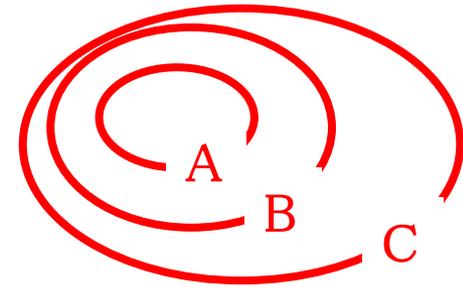


証明のトレーニング

電子情報工学演習I~IV(佐々木克巳研究室)

[証明 \leftrightarrow 証明図]の変換によって、証明の理解を深め、証明力(構
想力, 読解力)を身に付ける。

例。「集合A,B,Cに対して、 $A \subset B$ かつ $B \subset C$ ならば、 $A \subset C$ 」の証明と証明図



証明: $A \subset B$ と $B \subset C$ を仮定する。

任意に $a \in A$ を与える。 $A \subset B$, すなわち,
 $\forall x(x \in A \rightarrow x \in B)$ を用いて, $a \in B$ を得る。
 $B \subset C$, すなわち, $\forall x(x \in B \rightarrow x \in C)$ を用
いて, $a \in C$ を得る。

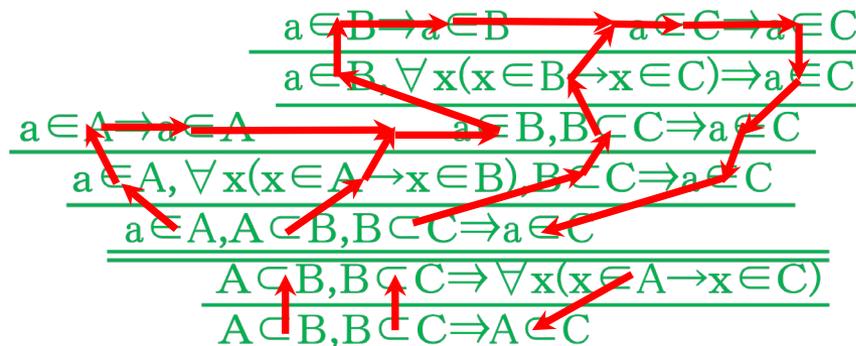
したがって, $\forall x(x \in A \rightarrow x \in C)$, すなわ
ち, $A \subset C$ を得る。

証明図:

$$\frac{\frac{\frac{a \in A \Rightarrow a \in A}{a \in A, \forall x(x \in A \rightarrow x \in B), B \subset C \Rightarrow a \in C}}{a \in A, A \subset B, B \subset C \Rightarrow a \in C}}{\frac{\frac{a \in B \Rightarrow a \in B \quad a \in C \Rightarrow a \in C}{a \in B, \forall x(x \in B \rightarrow x \in C) \Rightarrow a \in C}}{a \in B, B \subset C \Rightarrow a \in C}}{A \subset B, B \subset C \Rightarrow \forall x(x \in A \rightarrow x \in C)} \\ A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$$

証明図に現れる文を、一定の約束にしたがった矢印でたどることによって、証明の筋道ができる。

証明図:



証明図は、その数学的な定義により定められたルールにより作成する。証明図作成の訓練により、その戦略を理解でき、その戦略は証明の構想に役立つ(構想力)。以下は、ルールの例(下から上に向かって簡単に、あるいは、より基本的な表現になっている)。

$$\frac{\Gamma \Rightarrow P(t) \quad Q(t), \Gamma \Rightarrow R}{\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \Gamma \Rightarrow R}$$

$$\frac{P(a), \Gamma \Rightarrow Q(a)}{\Gamma \Rightarrow \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \forall x(x \in A \rightarrow x \in B)}{\Gamma \Rightarrow A \subset B}$$

$$\frac{\forall x(x \in A \rightarrow x \in B), \Gamma \Rightarrow P}{A \subset B, \Gamma \Rightarrow P}$$

※tは対象を表す表現, aは新しい変数

逆に、証明を証明図に変換する訓練から、その証明の筋道を、より確実に理解できるようになる(読解力)。